

Análise da volatilidade e previsão do índice Bovespa: estudo comparativo entre o modelo GARCH e o modelo MLP

INSTITUTO DE ECONOMIA – UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS DEPARTAMENTO DE TEORIA ECONÔMICA



Marcela Capodeferro Lobo, Ivette Luna
E-mails: marcelacapodeferro@gmail.com, ivette@eco.unicamp.br
PIBIC/CNPq



Palavras-Chave: volatilidade, previsão, Ibovespa.

Introdução

A volatilidade é uma variável que mostra a intensidade e a frequência das oscilações nas cotações de um ativo financeiro. A volatilidade é normalmente usada para qualificar o risco de deter esse ativo durante determinado período de tempo e é um dos parâmetros mais utilizados como forma de mensurar o risco de um ativo. Por outro lado, o Índice Bovespa é o principal indicador do desempenho médio do mercado de São Paulo e, portanto do mercado de ações brasileiro. Assim, este trabalho procura a estimação da volatilidade do Ibovespa através do ajuste de um modelo econométrico do tipo GARCH (*General Autoregressive Heterocedasticity*) e de um modelo de Redes Neurais Artificiais (RNAs) multicamadas (MLP).

O modelo GARCH estima a volatilidade condicional da série a partir da volatilidade dos retornos de períodos passados e das variâncias previstas passadas. Por outro lado, o modelo neural do tipo MLP permite o estudo das séries financeiras sem restrições de especificidade funcional do modelo, uma vez que são capazes de reproduzir mapeamentos de uma relação funcional entre as variáveis dependentes e independentes consideradas no estudo.

Metodologia

Modelo GARCH

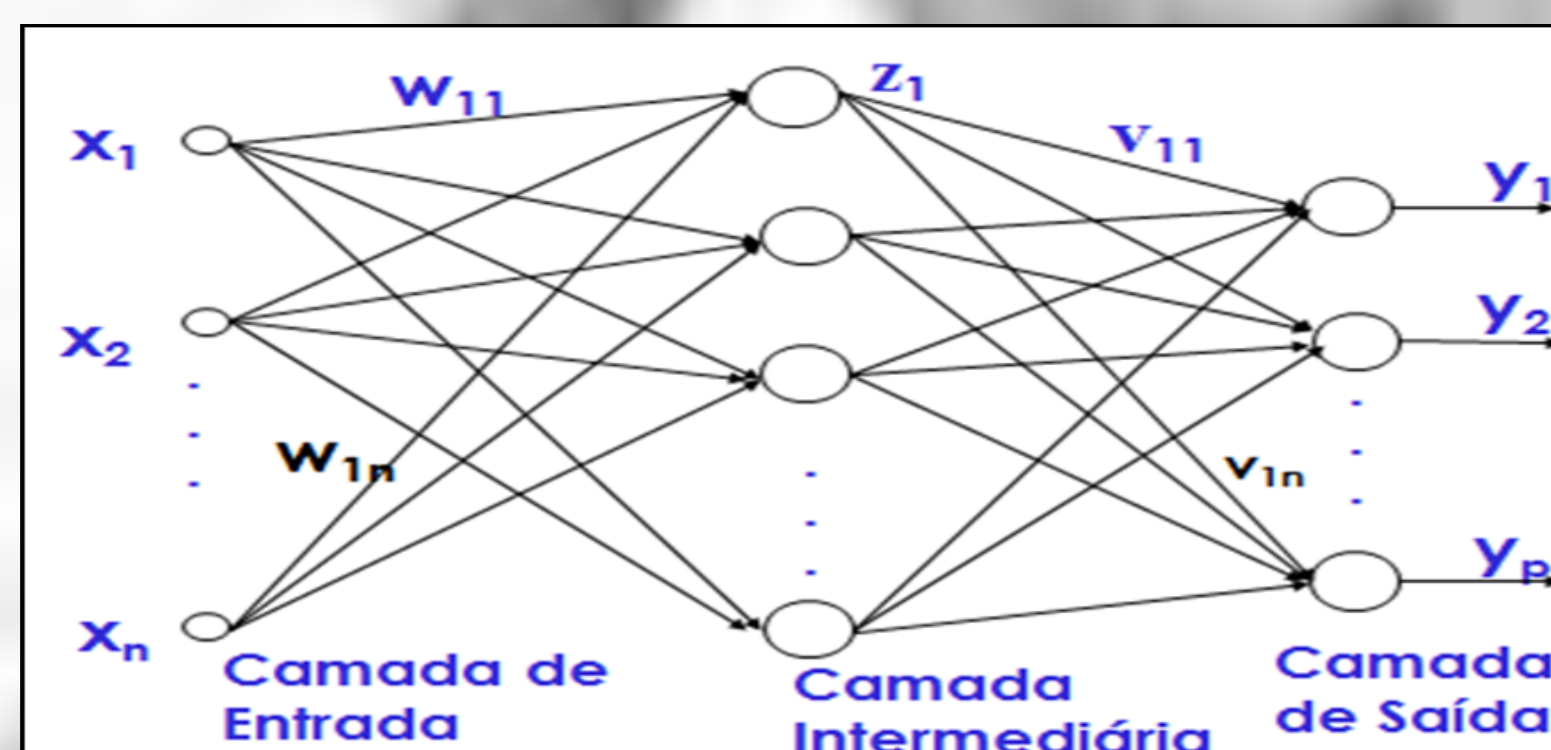
O modelo GARCH(p,q) descreve a volatilidade (variância condicional) no instante t de uma série dependendo de informações defasadas (ε_{t-j}^2) e de variâncias previstas passadas (σ_{t-k}^2), que pode ser expresso como

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \dots + \beta_q \sigma_{t-q}^2$$

onde σ é a variância condicional e ε^2 é o termo de erro quadrático.

Modelo RNAs MLP

O modelo geral de RNA utilizado segue na figura abaixo:



onde x_i denota a i -ésima entrada da rede neural, $i=1, \dots, n$; y_k denota a k -ésima saída, $k=1, \dots, p$ tal que $y_k = \sum_{j=0}^q v_{kj} z_j$ com $Z_j = f(u_j)$ sendo a saída do j -ésimo neurônio da camada oculta, $j=0, \dots, q$; $f(u) = \frac{1}{1+\exp(-u)}$ e $Z_0 = 1$. Além disso, $u_j = \sum_{i=0}^n w_{ji} x_i$, com $u_0 = 1$.

Os parâmetros do modelo foram ajustados através do algoritmo do gradiente descendente, com um número de épocas igual a 1000. O erro mínimo desejado foi de 10^{-3} e a taxa de aprendizagem foi de 0,7.

Resultados e Discussão

Este trabalho utilizou 2704 valores de retornos ao quadrado da série do Ibovespa, sendo que 60% fazia parte do conjunto de treinamento da rede, 21% do conjunto de validação e 19% do conjunto de teste. Estes percentuais foram escolhidos visando validar a rede neural sobre o mesmo período de dados referentes ao conjunto da amostra usado no modelo GARCH. Em uma primeira etapa do trabalho os dados foram coletados e analisados, observando a necessidade de modelos do tipo GARCH, tendo em vista a presença de grupos de volatilidade nos retornos ao quadrado da série. A análise dos dados e ajuste do momento GARCH foi realizado usando o software EViews 4.0. Com base nos critérios de seleção disponíveis (Akaike e Schwarz), o modelo que mostrou-se mais adequado ao conjunto de dados foi o modelo GARCH (1,1).

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.001036	0.000383	2.70677	0.0068
Variance Equation				
C	1.71E-05	3.85E-06	4.4293	0
ARCH(1)	0.086376	0.01137	7.59698	0
GARCH(1)	0.868491	0.019181	45.2794	0
R-squared	-0.001457	Mean dependent var	0.000281	
Adjusted R-squared	-0.002822	S.D. dependent var	0.019763	
S.E. of regression	0.019791	Akaike info criterion	-5.14232	
Sum squared resid	0.861675	Schwarz criterion	-5.131979	
Log likelihood	5670.837	Durbin-Watson stat	1.969791	

A rede neural foi ajustada utilizando o *software* Matlab. O principal desafio no desenvolvimento do trabalho foi a escolha do modelo mais adequado em termos de parcimônia entre desempenho e complexidade. Após uma série de testes foi encontrado o melhor desempenho para uma estrutura com três neurônios na camada de entrada e cinco na camada oculta, tendo como entradas as cinco primeiras defasagens da série de retornos ao quadrado.

Os modelos foram avaliados através de uma aplicação de VaR (*Value-at-Risk*). O VaR mensura a maior perda possível de um ativo, em condições normais de mercado dentro de um intervalo de confiança. Neste trabalho o cálculo do VaR seguiu a $VaR = -Z_{95\%} * \hat{\sigma}_t$, formulação onde $Z_{95\%}$ é o valor crítico da distribuição normal à 95% de confiança e $\hat{\sigma}_t$ é o desvio instantâneo estimado para o instante t , ou seja, a estimativa dada seja pelo modelo GARCH(1,1), ou pela rede neural.

Para fins de validação, foram utilizados dois indicadores de desempenho:

Percentual de falhas (VR)

Uma falha ocorre quando há uma perda real maior do que a perda estimada máxima. A taxa de falhas (VR) é calculada como

$$VR = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N H_k \quad H_k = \begin{cases} 1, & r < VaR \\ 0, & c.c. \end{cases}$$

sendo N o número de observações no período de teste e r o retorno observado.

Perdas médias (E)

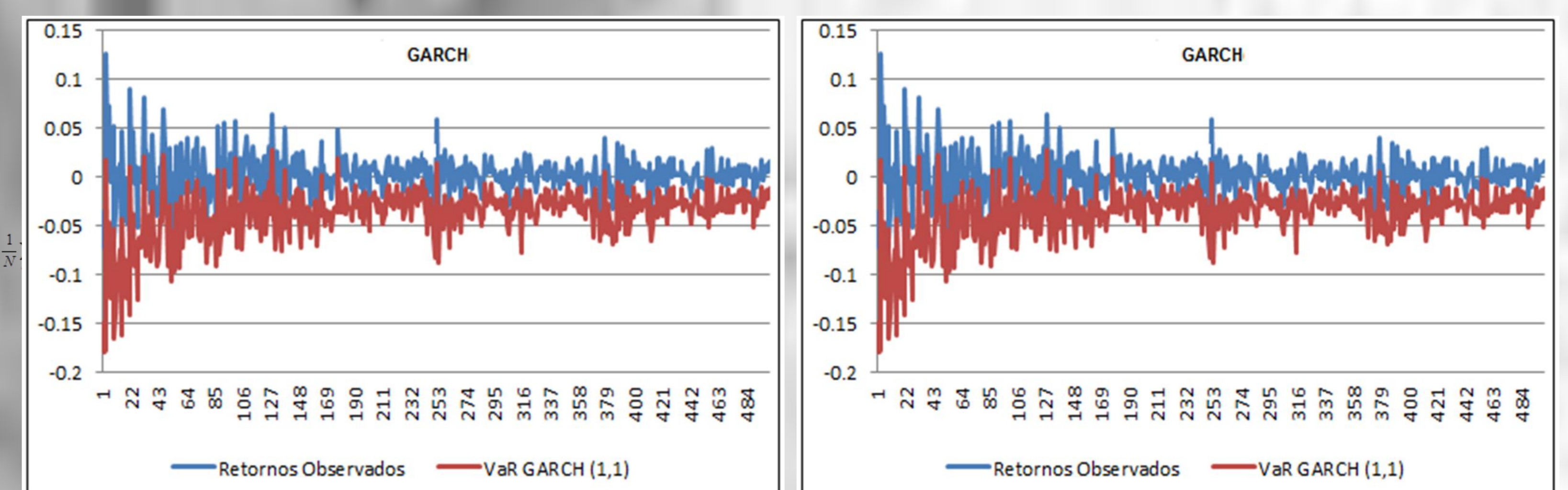
As perdas médias (E) representam o possível custo médio das falhas, ou seja

$$E = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^V D_i$$

sendo V o número de exceções do modelo e D_i sendo quando é igual a 1, e D_i é igual a zero quando é igual a zero. O quadro abaixo mostra os resultados obtidos:

	GARCH	RNAs MLP
VR	2,00%	2,20%
E	0,01%	0,02%

Os gráficos abaixo ilustram os retornos observados nesse período e do VaR para os modelos GARCH e RNA MLP sobre o conjunto fora da amostra.



Conclusões

Este trabalho teve por objetivo o estudo do modelo GARCH e do modelo de redes neurais multicamadas para a estimação da volatilidade instantânea do índice Bovespa. Os dois modelos foram utilizados em uma aplicação do tipo VaR. Os resultados mostraram que o modelo GARCH(1,1) teve um desempenho comparável ao apresentado pela rede neural mostrando-se como uma alternativa adequada em termos de parcimônia.

Ainda deve-se notar que estruturas alternativas de redes neurais na literatura apresentaram resultados superiores aos mostrados pelos modelos de séries temporais. Além disso, a escolha da estrutura de rede neural utilizada neste trabalho foi realizada via tentativa e erro, o que pode afetar o resultado obtido. Mecanismos automáticos de busca e seleção de estruturas são necessários para aprimorar os resultados. Portanto, a utilização de modelos de inteligência computacional em problemas envolvendo séries temporais ainda mostra-se como uma área que demanda pesquisa.

Referências Bibliográficas

- Luna, I e Ballini, R. (2011) Adaptive Fuzzy System for Forecasting the Volatility of Financial Time Series.
- Morettin, P. A e Toloi, C. M. C. (2006) Análise de Séries Temporais. São Paulo. Editora Edgar Blucher Ltda. ed. 2. Cap 1,2 e 6.
- Morettin, P.A. (2008) Econometria Financeira: um curso em séries temporais financeiras. Editora Blucher.