



UNICAMP



EQUAÇÕES NÃO-LINEARES E SUAS APLICAÇÕES

Luiz Gustavo Porto Mendes
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
FEM
luizgpmendes@gmail.com

Maria Aparecida Diniz Ehrhardt
INSTITUTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA
E COMPUTAÇÃO CIENTÍFICA - IMECC
cheti@ime.unicamp.br



Agência Financiadora: PICME/CNPq e Instituto Votorantim

Palavras-Chave: Equações Não Lineares - Quadrados Mínimos - Parâmetros de Usinagem

1. Introdução

Muitos fenômenos estudados pelo homem são descritos por equações não lineares, ou um sistema delas. Desde o movimento planetário no sistema solar, passando pelo fluxo turbulento de fluidos, até o crescimento de espécies em competição.

Nesse trabalho, inicialmente, foi realizado um estudo sobre métodos iterativos para a obtenção de zeros de funções de uma variável, sendo eles os métodos de Newton-Raphson, Secante e Bisseção. O estudo foi então generalizado para a resolução de sistemas não lineares quadrados através do método de Newton.

A modelagem de fenômenos, dado um conjunto de dados experimentais, a partir do método de quadrados mínimos foi utilizada, para ajustar curvas referentes à parâmetros que influenciam o tempo de vida de ferramentas durante o torneamento. Os parâmetros ajustados foram a velocidade de corte V_c e o avanço A da ferramenta, fornecido pelos fabricantes de ferramentas. Assim, para cada tipo de material de ferramenta é possível realizar ajustes visando obter valores do avanço para qualquer velocidade de corte, além de diminuir o montante de informações compiladas nos catálogos.



Figura 1: Processo de torneamento, indicação dos parâmetros utilizados.

2. Metodologia

Dado o conjunto de pontos m tabelados, monta-se o sistema de equações sobredeterminado, que consiste basicamente em aplicar à função escolhida os m pontos, obtendo assim, m equações. O método dos quadrados mínimos é então aplicado a esse sistema deixando cada equação igual a zero e fazendo com que a soma dos quadrados de todas as equações seja o mínimo possível.

A qualidade do ajuste foi analisada observando-se o valor do resíduo dado pela norma 2 do vetor formado pela diferença entre o valor tabelado e o valor calculado pela função obtida para cada ponto dividido pelo maior valor da velocidade de corte.

Para a realização dos ajustes foi utilizada função $fminsearch$ implementada no software MatLab, que utiliza o método de Nelder-Mead, um método para problemas de otimização não linear, de várias variáveis, sem restrições.

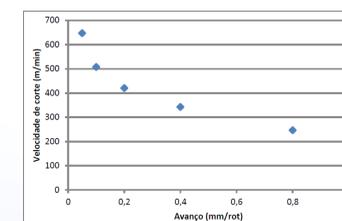
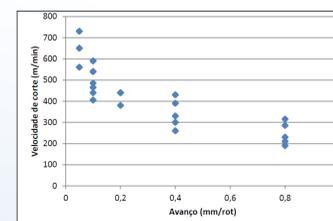
Os parâmetros utilizados para ajustes foram obtidos no catálogo da Sandvik, grande companhia de fabricação de ferramentas para usinagem, distribuído para profissionais do ramo para que eles possam consultar parâmetros que influem na operação de usinagem com relativa rapidez e precisão. Segue na figura 2 um segmento de uma das tabelas que fornecem tais parâmetros.

TORNEAMENTO GERAL Dados de corte

Recomendações de velocidade de corte
As recomendações são válidas para uso com refrigeração.

| ISO | CMC No. | Material | Força de corte específica k_c , 0,4 N/mm ² | Dureza Brinell HB | RESISTÊNCIA AO DESGASTE | | |
|-------------------------------|---------|---|--|----------------------|--|--------------|--------|
| | | | | | CT5005 | CT5015 | GC |
| | | | | | f_{max} , mm - avanço f_a , mm/r at α 90° - 95° 0,05-0,1-0,2 | 0,05-0,1-0,2 | 0,05- |
| Velocidade de corte [V] m/min | | | | | | | |
| P | 01.1 | Aços sem liga C = 0,1-0,25% | 2000 | 125 | 730-590-440 | 650-540-440 | 560-4 |
| | 01.2 | C = 0,25-0,55% | 2100 | 150 | 650-530-420 | 570-480-385 | 495-4 |
| | 01.3 | C = 0,55-0,80% | 2200 | 170 | - | 510-425-340 | 430-3 |
| pos | 02.1 | Aços baixa-liga (elementos de liga ≤5%) Não endurecidos | 2150 | 180 | 530-450-360 | 480-400-320 | 375-3 |
| | 02.12 | Aços para rolamento de esferas | 2300 | 210 | - | - | - |
| | 02.2 | Endurecidos e temperados | 2550 | 275 | 395-325-250 | 285-235-190 | 200-11 |
| | 02.2 | Endurecidos e temperados | 2850 | 350 | 320-260-200 | 230-190-150 | 160-11 |
| | 02.2 | Endurecidos e temperados | 2850 | 350 | 320-260-200 | 230-190-150 | 160-11 |

Figura 2: Imagem de um segmento da tabela de parâmetros fornecido pelo fabricante.



Figuras 3 e 4: Diagrama de dispersão para o aço 0,1% a 0,25% de carbono.

Para uma melhor equivalência do ajuste aos valores tabelados, um dos parâmetros do ajuste, obtido utilizando todos os dados para um mesmo material, foi fixado e um novo ajuste foi realizado para cada classe de material de ferramenta, obtendo-se assim maior verossimilhança com os parâmetros tabelados.

3. Resultados

Realizando a análise para os outros materiais de ferramentas e de materiais da peça a ser usinada foi possível construir a seguinte tabela:

Tabela 1: Valores ajustados com base no modelo $V_c(A) \approx a - b \ln(A)$ para aços.

| Material - Aços (CMC) | Dureza Brinell (HB) | a | Classe da ferramenta de corte | | | | | | | | Resíduo médio |
|------------------------------------|---------------------|-----|-------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------------|
| | | | CT5005 | CT5015 | GC1525 | GC4005 | GC4015 | GC4025 | GC2015 | GC4035 | |
| 01.1 - C = 0,1-0,25% | 125 | 260 | 167,8 | 146,8 | 112,0 | 179,9 | 154,3 | 123,0 | 101,1 | 81,4 | 0,0735 |
| 01.2 - C = 0,25-0,55% | 150 | 190 | 150,1 | 125,7 | 97,8 | 158,6 | 135,7 | 104,6 | 85,3 | 71,0 | 0,0698 |
| 01.3 - C = 0,55-0,80% | 170 | 190 | - | 103,2 | 76,5 | 147,6 | 122,9 | 92,7 | 75,3 | 61,0 | 0,0834 |
| 02.1 - Baixa liga não endurecido | 180 | 192 | 111,3 | 91,8 | 55,5 | 176,4 | 151,7 | 105,3 | 86,0 | 29,8 | 0,0898 |
| 02.12 - Para rolamentos de esferas | 210 | 160 | - | - | - | 158,8 | 135,0 | 96,6 | 79,2 | 30,9 | 0,1044 |
| 02.2 - Endurecido e temperado | 275 | 120 | 89,2 | 51,7 | 21,8 | 88,9 | 74,3 | 59,8 | 59,8 | 18,3 | 0,0946 |
| 02.2 - Endurecido e temperado | 350 | 100 | 70,5 | 40,1 | 16,4 | 68,1 | 57,9 | 46,3 | 46,3 | 12,1 | 0,0963 |
| 03.11 - Alta liga recozido | 200 | 140 | - | 81,7 | 34,9 | 129,1 | 109,9 | 62,2 | 50,2 | 30,9 | 0,1007 |
| 03.21 - Aço-ferramenta endurecido | 325 | 65 | - | 42,9 | 23,4 | 65,5 | 55,5 | 28,1 | 21,6 | 12,7 | 0,0986 |
| 06.1 - Fundido sem liga | 180 | 130 | - | 39,0 | 25,8 | 86,3 | 69,8 | 42,9 | 33,5 | 16,2 | 0,1175 |
| 06.2 - Fundido baixa liga | 200 | 100 | - | 53,9 | 19,9 | 80,9 | 68,1 | 42,2 | 32,2 | 18,5 | 0,1434 |
| 06.3 - Fundido alta liga | 225 | 80 | - | 37,2 | 15,9 | 59,0 | 50,9 | 41,4 | 34,0 | 21,4 | 0,0973 |

4. Conclusões

Com isso, conclui-se que o modelo proposto se adequou bem aos propósitos desse trabalho, gerando resíduos baixos, assim a equação encontrada, $V_c(A) \approx a - b \ln(A)$, pode ser utilizada para obter a velocidade de corte recomendada para um tempo de vida da ferramenta de 15 minutos em função do avanço da ferramenta.