

Estimativas do coeficiente de difusão da Influenza Aviária (H5N1)

INSTITUTO DE MATEMÁTICA E COMPUTAÇÃO CIENTÍFICA -IMECC

Juliana M. Rodrigues
jumarta@gmail.com

João Frederico C. A. Meyer
joni@ime.unicamp.br



Diante do incessante alastramento do vírus H5N1, há alguns anos, primeiramente na Ásia, depois na Europa, na África e possivelmente, agora, na América do Norte, ficou clara a necessidade, a fim de saber como prevenir ou reagir a um surto, de modelar o comportamento da doença: Em 05/02/2008 a Organização Mundial de Saúde contabilizava 359 casos, dos 226 fatais [4]. A preocupação com uma outra mutação que pudesse ser transmitida entre humanos também se mostrou justificada, visto que ao menos um caso já foi confirmado na Indonésia [6]. Tais modelos precisam da estimativa de uma constante, o coeficiente de difusão. Aqui, desenvolve-se, justamente, um modo de obter uma aproximação para tal constante e, por meio de dados disponíveis em sites internacionais de saúde animal, calcula-se qual seria esse valor na Turquia e sua confiabilidade, devido às possíveis semelhanças social e econômica entre tal país e o Brasil.

Modelagem Matemática

Consideramos a equação dita puramente difusiva em coordenadas polares, que é usada na modelagem de tais fenômenos (ver [1]) para avaliar o valor do coeficiente de dispersão de risco do vírus H5N1, $\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{D}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial c}{\partial r} \right)$ (1), onde $t \in (0, T)$ e $c = c(r, t), r \in \Omega \subset \mathbb{R}^2$. Posteriormente, esse coeficiente poderá ser usado em equações de difusão com o termo de advecção e com ou sem um termo de fonte externa nos modelos que citamos. Hardt observou que o tempo médio de trânsito de partículas dentro de uma região independe de outras partículas e pode ser computado fazendo $\partial c / \partial t = 0$. Assim, formulamos o seguinte problema $\frac{D}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial c}{\partial r} \right) = 0$ (2) cuja solução é (3) $c(r) = \frac{c_0 - c_a}{\ln(R/r_0)} \ln\left(\frac{r}{r_0}\right) + c_a$ $\left\{ \begin{array}{l} c(r_0) = c_a, c(R) = c_a \end{array} \right.$

Seja $N = \int c(r) dr$ o número, λ a taxa de mortalidade e F o fluxo de aves infectadas (entrando na região), então $\tau = 1/\lambda$ é o tempo médio de residência na região e $dN/dt = F - \lambda N$. Daí, no estado estacionário, $\tau = N/F$. Pela lei de Fick, o fluxo diferencial é $J = -D \frac{\partial c}{\partial r}$. O fluxo total é, então, dado por $F = JA$; onde A representa a área pela qual o fluxo passa.

Temos $A = 2\pi r_0$ e, usando a condição de Dirichlet homogênea, $c(R) = 0$, que significa que R é o menor raio em que não há nenhuma ave infectada, obtemos (4) $D = (R - r_0 + r_0 \ln(r_0/R)) / \tau 2\pi$

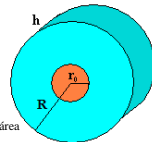


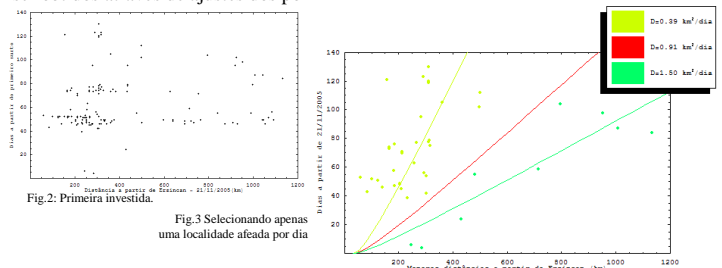
Fig. 1: Ilustração da área estudada, $h=1$ km.

De forma que a estimativa para D , neste caso, independe da concentração inicial de animais e é função apenas dos raios considerados e do tempo de espalhamento de risco – a dispersão de aves infectadas. Assim, $r_0 \approx R \rightarrow D = \frac{R - r_0}{\tau 2\pi}$ (5) e, $r_0 \ll R \rightarrow D = \frac{R}{\tau 2\pi}$ (6).

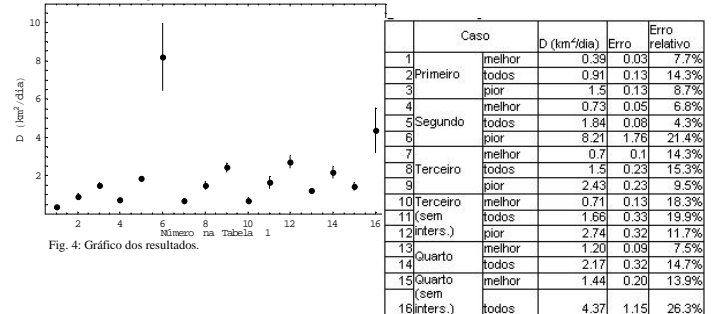
Tratamento de Dados

Podíamos agora fazer uso destas expressões na aproximação do coeficiente de difusão da influenza aviária em regiões da Turquia. Os motivos de tal escolha são a abundância e manuseabilidade de dados e a razoável semelhança, tendo em vista os países afetados, entre as condições sociais e econômicas da Turquia e do Brasil. De posse dos dados, podemos ordená-los por data, enumeramos cada surto e, usando o software Google Earth, tomamos nota das latitudes e longitudes, para calcular as distâncias entre cada localidade. Calculamos a distância a partir da primeira ocorrência da doença em Erzincan em 21/11/2005, a todas as outras localidades afetadas. Plotamos um gráfico das distâncias pelo tempo, em dias, que levaram para ser assoladas pela influenza aviária (Fig.2).

Mas tal gráfico não fornece informação alguma. Notamos que, num mesmo dia, várias localidades diferentes eram acometidas. Pensamos, então, que era improvável que determinado foco fosse a causa da doença em dois lugares distintos cujas distâncias ao foco fossem muito discrepantes. Decidimos, por isso, tomar apenas a menor das distâncias ao suposto foco, a cada dia, descartando as outras. Assim, a partir do surto do dia 21/11/2005, os possíveis comportamentos dispersivos poderiam ser obtidos através de ajustes dos pontos que permaneceram na Figura 3.



Repetimos o procedimento anterior de modo a aproveitar os dados ao máximo. Obtivemos os seguintes resultados:



Conclusões

É importante conhecer todos os possíveis comportamentos da doença. Para a população humana, os mais interessantes seriam que os casos em que D apresenta os menores valores. Não podemos nos esquecer, no entanto, que as aves migratórias podem voar grandes distâncias e aumentar a frente de ação da doença. Fica nítido que ainda há muito a ser feito no tocante a determinação de tão importantes constantes e após isso, por exemplo, tentar relacionar os valores com alguma característica do ambiente, se conseguirmos, o controle de doenças será imensamente facilitado.

Referências

- [1] Edelstein-Keshet, L.: Mathematical Models in Biology, Birkhauser
- [2] Murray, J. D.: Mathematical Biology, Springer, 1993
- [3] BBC -Dados
- [4] OIE -Dados
- [5] Wikipedia – Cálculo das distâncias
- [6] Herald Tribune International
- [7] Embrapa