

# MÉTODO DOS ELEMENTOS DE CONTORNO APLICADO AO ESTUDO DE VIGAS COMPÓSITAS



**Bolsista:** Ricardo Almeida Prado; contato: [ricardoap@gmail.com](mailto:ricardoap@gmail.com)

**Orientador:** Prof. Dr. Carlos Henrique Daros - DMC, FEM, UNICAMP; contato: [chdaros@fem.unicamp.br](mailto:chdaros@fem.unicamp.br)

**Agência Financiadora:** PIBIC/CNPq (Bolsa concedida em 03/08)

**Palavras chave:** Método dos elementos de contorno - elasticidade - materiais compósitos

## Introdução e Resumo:

O Método dos Elementos de Contorno (MEC) vem se destacando entre pesquisadores de diversos centros de estudo como uma importante ferramenta de simulação numérica devido suas as vantagens apresentadas do enfoque do problema como, por exemplo: maior facilidade para discretizar a geometria do problema; discretização apenas do contorno (o que possibilita a redução do tamanho das matrizes, e logo uma otimização computacional). Porém existem também alguns empecilhos que dificultam a abordagem de alguns casos como a necessidade de se obter soluções fundamentais para cada tipo de problema, e o fato das matrizes não serem simétricas o que resulta na necessidade de um algoritmo mais robusto de solução numérica de sistemas lineares. Uma aplicação do MEC é no estudo de materiais compósitos. Tais materiais apresentam um amplo leque de aplicações em engenharia. Neste projeto foram estudadas vigas compósitas laminadas isotrópicas bidimensionais. Cada camada do laminado tem uma rigidez diferente, o que acarreta um comportamento muito complexo do campo de tensões em estruturas feitas com esse material. O MEC nesse caso torna-se uma ferramenta ideal para a análise estrutural do laminado e obtenção do mapa do campo de tensões no material.

## Objetivos e Metodologia de Trabalho:

O objetivo principal desse projeto é a elaboração de um código computacional baseado no MEC, escrito na linguagem *FORTRAN*, que seja capaz de calcular o campo de tensão dentro do material, e deformação de uma viga compósita.

Para tal propósito o projeto teve que ser realizado em várias etapas, desde a revisão dos conceitos da teoria técnica da disciplina de Resistência dos Materiais, introdução aos métodos numéricos aproximados, apresentação do método dos resíduos ponderados, estudo da notação indicial desenvolvida por Einstein, o estudo do MEC propriamente dito, aprendizado de geração de malhas utilizando o software de pré e pós processamento *GID*, implementação e modificação do programa original *ELQUABE*.

## Resultados:

O projeto encontra-se atualmente na etapa de desenvolvimento e implementação computacional do problema de sub-região, aguardando ainda o término de algumas rotinas do código computacional que ainda devem ser finalizadas. Deve-se ressaltar que a bolsa financiadora do projeto foi concedida comente em março de 2008, ou seja, somente 7 meses antes deste congresso.

## Referências Bibliográficas:

BREBBIA, C.A. DOMINGUEZ, J.. Boundary Elements An Introductory Course, Ed. McGraw-Hill, 1989.

### Formulação Numérica do MEC:

$$c^j u^i + \sum_{j=1}^N \hat{H}^{ij} u^j = \sum_{j=1}^N G^{ij} p^j + \sum_{s=1}^M B^{is}$$

Onde:

$$\hat{H}^{ij} = \sum_t \int_{\Gamma_t} p^* \Phi_q d\Gamma$$

$$G^{ij} = \sum_t \int_{\Gamma_t} u^* \Phi_q d\Gamma$$

$$B^{is} = \int_{\Omega_s} u^* b d\Omega$$

E o sistema global se torna:

$$HU = GP + B$$

$$u^i = \sum_{j=1}^N G^{ij} p^j - \sum_{j=1}^N \hat{H}^{ij} u^j + \sum_{s=1}^M B^{is}$$

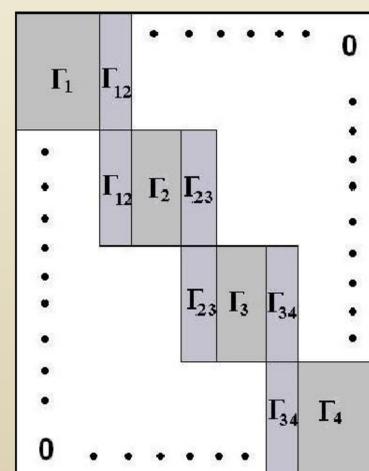
*Identidade de Somigliana:* ela fornece o campo de deslocamento dos pontos internos do domínio

$$u_{ik}^* = \frac{1}{8\pi\mu(1-\nu)} \left[ (3-4\nu) \ln\left(\frac{1}{r}\right) \delta_{ik} + r_{,l} r_{,k} \right]$$

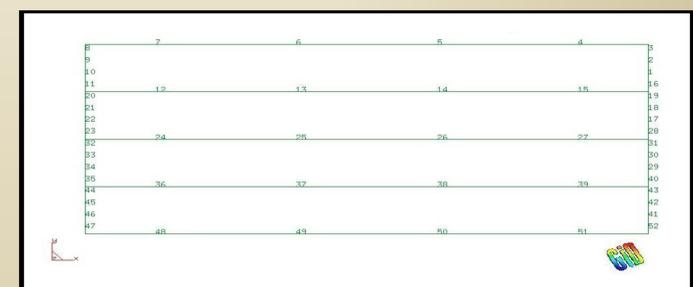
*Solução fundamental* dos deslocamentos num domínio bidimensional.

$$p_{ik}^* = -\frac{1}{4\pi(1-\nu)r} \left[ \frac{\partial r}{\partial n} [(1-2\nu)\delta_{ik} + 2r_{,l} r_{,k}] + (1-2\nu)(n_l r_{,k} - n_k r_{,l}) \right]$$

*Solução fundamental* das trações no contorno  $\Gamma$  de um domínio bidimensional.



Matriz em forma Banda



Malha de 52 elementos de contorno em uma viga laminada compósita com 4 camadas

