PROBLEMA DE BALANCEAMENTO DE CARGA EM TEORIA DOS JOGOS

Orientador: Prof. Dr. Flávio Keidi Miyazawa

Aluno: Alexandre Toshio Hirata

LOCO - IC - UNICAMP

email: fkm@ic.unicamp.br, ra036637@students.ic.unicamp.br

CNPq/PIBIC

Análise de Algoritmos, Teoria dos Jogos, Equilíbrio de Nash, Balanceamento de Carga, Preço da Anarquia

Introdução

Devido ao advento da internet, de sistemas distribuídos e, mais recentemente, da popularização de processadores com vários núcleos, o problema de Balanceamento de Cargas têm estado cada vez mais presente, pois, sempre que um conjunto de tarefas deve ser executado em um conjunto de recursos, é necessário balancear a carga entre os recursos de maneira a explorá-los eficientemente.

Apesar de bastante investigado na literatura, vários casos particulares deste problema continuam em aberto e a análise sob a óptica de teoria de jogos é bem recente. Neste projeto visamos investigar o comportamento de diferentes estratégias que tentam alcançar o Equilíbrio de Nash, ou seja, uma solução estável do problema. Além disso, pretendíamos implementar algumas das estratégias estudadas com o intuito de se verificar o comportamento destas na prática.

Teoria dos Jogos e Balanceamento de Carga

O problema do *balanceamento de carga com jogadores egoístas* é definido da seguinte forma. Temos n tarefas, cada tarefa controlada por um jogador distinto, e m máquinas. Se denotarmos o peso de uma tarefa i por a_i, a j-ésima máquina por M_j e a soma dos pesos das tarefas em M_j por H_j, então o custo pago por i quando está em M_j é igual a H_j (H_j inclui o peso a_i). Suponha que a tarefa i está em M_j. Como i quer minimizar seu custo, ele irá migrar de M_j cada vez que encontrar outra máquina $M_{j'}$ tal que $H_{j'} + a_i < H_j$.

Seja j a máquina a qual uma tarefa i está atribuída. Uma atribuição de tarefas às máquinas está em *equilíbrio de Nash* se e somente se para todo $i \in [n]$, $\ell_j \leq \ell_{j'} + w_i$, onde l_j é a carga da máquina j e w_i é o peso da tarefa i.

Figure 1: John Nash

Algumas das estratégias

Podemos qualificar diferentes estratégias, que estão relacionadas com o escalonamento das tarefas de cada máquina que deverão migrar no contexto proposto. Algumas delas são apresentadas por [2] e definidas a seguir.

- *Random*: a seleção da tarefa é dada por variável aleatória com distribuição uniforme;
- *Max Weight Job*: seleciona a tarefa com maior peso;
- *Min Weight Job*: seleciona a tarefa com menor peso;
- *FIFO*: uma tarefa entra no fim da fila caso ela queira migrar e sai dela caso mude de idéia. A tarefa que está no início da fila é a selecionada para ser migrada.
- *Max Load Machine*: seleciona a tarefa que possui um custo normalizado com relação a máquina a ser escolhida o qual é maximal.

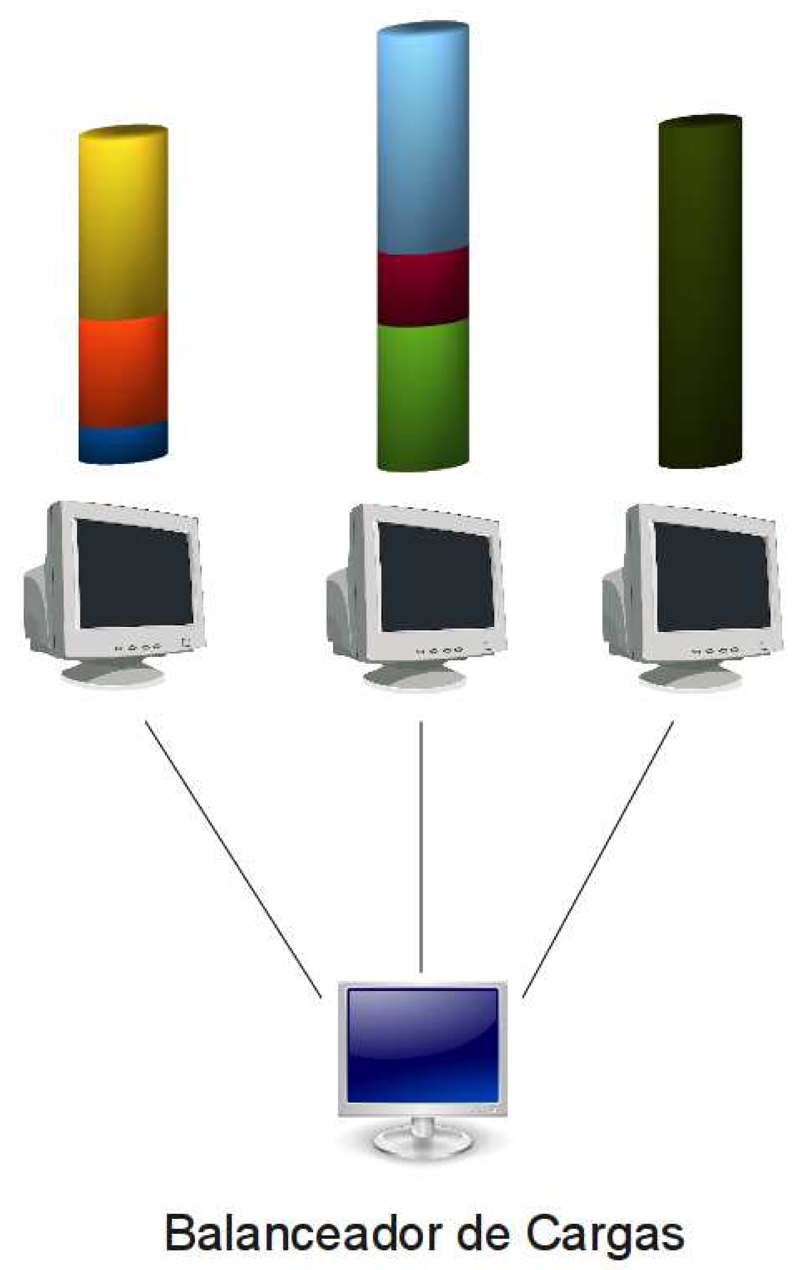

Figure 2: Balanceamento de Cargas

Metodologia

Foi realizada toda a fundamentação teórica necessária para se analisar algumas das estratégias utilizadas para tratar o problema a qual compreendia o estudo do livro de Nisan et al. [3] e de artigos publicados em congressos e revistas da área visto que a abordagem em teoria de jogos para o problema é relativamente nova e que o livro não cobria muitos dos detalhes técnicos necessários para entender cada algoritmo/estratégia. Com isso, foi redigido um resumo compreendendo a base teórica adquirida.

Resultados

Dentre os resultados Even-Dar et al. [2] demostrou os seguintes limitantes sobre o número de passos necessários para o caso de máquinas idênticas, não havendo restrições topológicas, tendo um controle central e utilizando *best-response* (exceto quando dito o contrário):

- *Max Weight Job*: no máximo n passos.
- *Min Weight Job*: existe uma configuração que requer no mínimo $(\frac{n}{K})^K/(2(K!)) \geq (\frac{n}{K^2})^K$ passos onde $K = m-1$.
- *FIFO*: no máximo $n(n+1)/2$ passos.
- *Random*: tempo esperado de no máximo $n(n+1)/2$ passos.
- Se os pesos forem *discretos*, para qualquer estratégia em um ESWS (*elementary stepwise system*): atinge o equilíbrio em $O((n/K+1)^K)$ passos.
- Se os pesos forem *inteiros*, para qualquer estratégia em um ESWS: no máximo $W+n$ passos.
- Utilizando uma política de melhoria e tarefas com pesos unitários: no mínimo $\Omega(\min\{mn, n\log n\frac{\log m}{\log\log n}\})$ passos.

Partindo para o caso distribuído, temos que Berenbrink et al. [1], analisando um protocolo bem simples, obteve um limitante superior para o tempo de convergência esperado ao equilíbrio de Nash ($O(\log\log m + n^4)$) e, para $m > n^3$, obteve $O(\log\ logm)$ para alcançar um equilíbrio de Nash aproximado. Além disso, também obteve um limitante inferior de $\Omega(\log\log m + n)$.

Conclusões

Dentre as estratégias exploradas, uma política *best response* associada à estratégia *Random* é a combinação que apresenta melhor resultado em média, visto que não é necessário nenhum pré-processamento a fim de se determinar a estatística de ordem na escolha das tarefas para o caso de máquinas idênticas num jogo não-cooperativo.

Referências

[1] P. Berenbrink, T. Friedetzky, L. A. Goldberg, P. Goldberg, Z. Hu, and R. Martin. Distributed selfish load balancing. In *Proc. 17th Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete algorithms*, New York, NY, USA, 2006. ACM Press.

[2] Eyal Even-Dar, Alex Kesselman, and Yishay Mansour. Convergence time to nash equilibrium in load balancing. *ACM Trans. Algorithms*, 3(3), 2007.

[3] Noam Nisan, Tim Roughgarden, Eva Tardos, and Vijay V. Vazirani. *Algorithmic Game Theory*. Cambridge University Press, September 2007.