

## Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo – FEC – UNICAMP

Autores: Rafael Agostinho Monfardini (Bolsista)  
Prof. Dr. Nilson Tadeu Mascia (Orientador)

Agência Financiadora: PIBIC/CNPq  
Palavras Chave: Materiais compósitos – Vigas laminadas – Fibras de sisal

### Introdução

O reforço estrutural tem como principal finalidade o aumento da capacidade portante de uma estrutura, sendo seu conceito básico a combinação, com o material original, de materiais com características superiores, de modo a melhorar as propriedades mecânicas (elásticas ou resistentes) finais da estrutura. Entre as fibras vegetais empregadas como reforço em compósitos formados de uma matriz polimérica, uma das mais citadas na literatura nas últimas décadas é o sisal (*Agave sisalana*).

### Metodologia da Pesquisa

O presente trabalho está baseado na teoria geral de resistência para materiais anisotrópicos, apresentada por LEKHNISTKII (1968). A partir de equações por ele propostas, formulou-se um modelo computacional capaz de quantificar as propriedades mecânicas finais para estruturas compostas de vigas laminadas de madeira de reflorestamento, coladas e reforçadas por fibras de sisal. Como exemplo de análises efetuadas, pode-se destacar a quantificação de esforços normais e tangenciais em vigas com número de camadas e respectivos materiais constituintes variáveis.

### Modelo Analisado

Para o caso de vigas laminadas, com número de camadas arbitrárias, a distribuição de tensões na flexão, para certos casos de solicitação, é tratada por meio da utilização de funções polinomiais de tensão. As funções são apresentadas considerando que a direção das fibras estão ajustadas à direção principal da viga, gerando uma simplificação do resultado obtido. São estudados casos de vigas em balanço e vigas bi-apoiadas para carregamentos distribuídos linear e triangularmente.

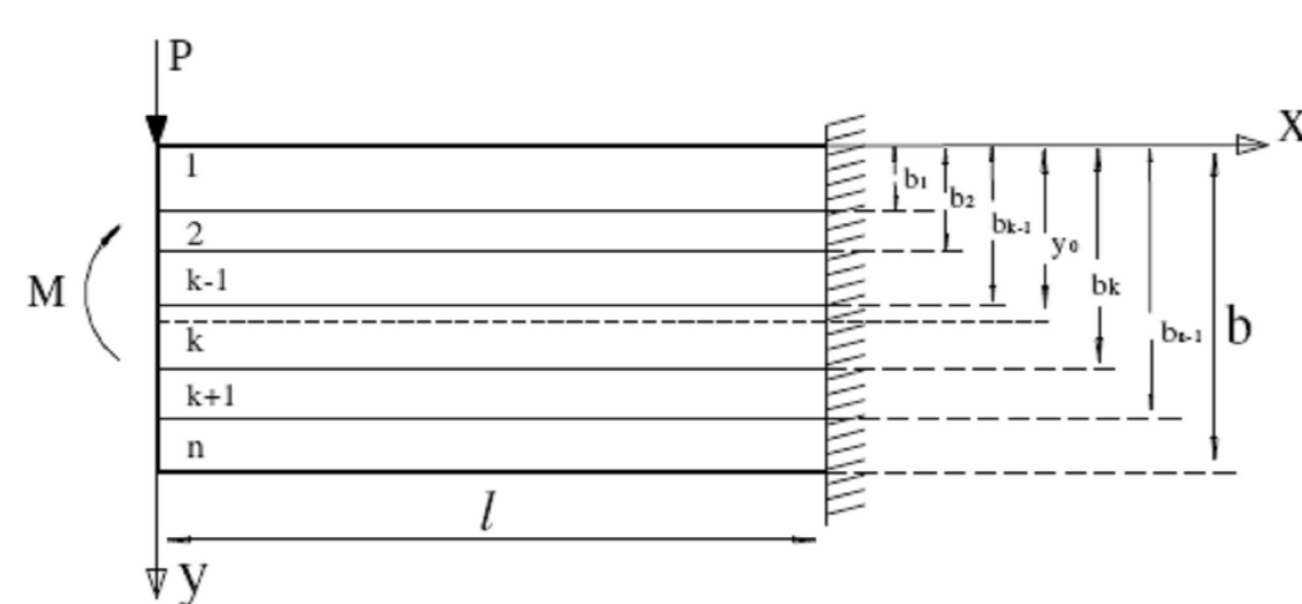


Figura 1 – Viga laminada bi-apoiada com numeração das camadas.

As seguintes designações são introduzidas:

- $y_0$ : posição do eixo neutro;
- $n$ : número de camadas;
- $l$ : comprimento da viga;
- $b$ : altura da viga;
- $b_{k-1}$  e  $b_k$  são distâncias da face superior da viga até as faces superiores e inferiores de cada camada ( $k = 1, 2, \dots, n$ ;  $b_0 = 0$ ,  $b_n = b$ ).

### Considerações Teóricas

A partir das componentes de deslocamento e tensão para cada camada, estabeleceu-se condições de contorno nas bordas superior, inferior e superfícies de contato, de tal forma que as tensões em cada seção equilibrassem os carregamentos externos. Dessa forma, LEKHNISTKII (1968) forneceu os seguintes resultados finais para as componentes de tensão:

$$\sigma_x^{(k)} = \frac{6E_x^{(k)}}{hS} (M - Px) \cdot (2 \cdot S_1 y - S_2), \quad \sigma_y^{(k)} = 0 \quad \text{onde } (k = 1, 2, \dots, n) \quad [1]$$

$$\tau_{xy}^{(k)} = \frac{6P}{hS} \left\{ S_1 \left[ \sum_{m=1}^{k-1} (b_m^2 - b_{m-1}^2) \cdot E_x^{(m)} + (y^2 - b_{k-1}^2) \cdot E_x^{(k)} \right] - S_2 \left[ \sum_{m=1}^{k-1} (b_m - b_{m-1}) \cdot E_x^{(m)} + (y - b_{k-1}) \cdot E_x^{(k)} \right] \right\} \quad \text{onde } (k = 2, 3, \dots, n-1) \quad [2]$$

$$\tau_{xy}^{(1)} = \frac{6P \cdot E_x^{(1)}}{hS} (S_1 y - S_2), \quad \text{para } k = 1 \quad [3]$$

$$\tau_{xy}^{(n)} = \frac{6P \cdot E_x^{(n)}}{hS} [S_2 - (b_n + y)S_1] \cdot (b_n - y), \quad \text{para } k = n \quad [4]$$

onde as seguintes designações são introduzidas:

$$S_1 = \sum_{k=1}^n (b_k - b_{k-1}) \cdot E_x^{(k)} \quad [5]$$

$$S_2 = \sum_{k=1}^n (b_k^2 - b_{k-1}^2) \cdot E_x^{(k)} \quad [6]$$

$$S_3 = \sum_{k=1}^n (b_k^3 - b_{k-1}^3) \cdot E_x^{(k)} \quad [7]$$

$$S = 4 \cdot S_1 S_3 - 3 \cdot S_2^2 \quad [8]$$

A equação da elástica da viga é do mesmo tipo do caso de uma viga homogênea engastada de rigidez D:

$$v = \frac{P}{6D} (x^3 - 3l^2 x + l^3) - \frac{M}{2D} (x - l)^2 \quad [9]$$

A rigidez D pode ser obtida por:

$$D = \frac{hS}{12S_1} \quad [10]$$

### Resultados

Duas modelagens diferentes foram efetuadas: uma com madeira de ipê e outra com madeira de *Pinus*, sabidamente com módulos de elasticidade bem diferentes, de modo a avaliar a eficiência do reforço estrutural em duas situações distintas.

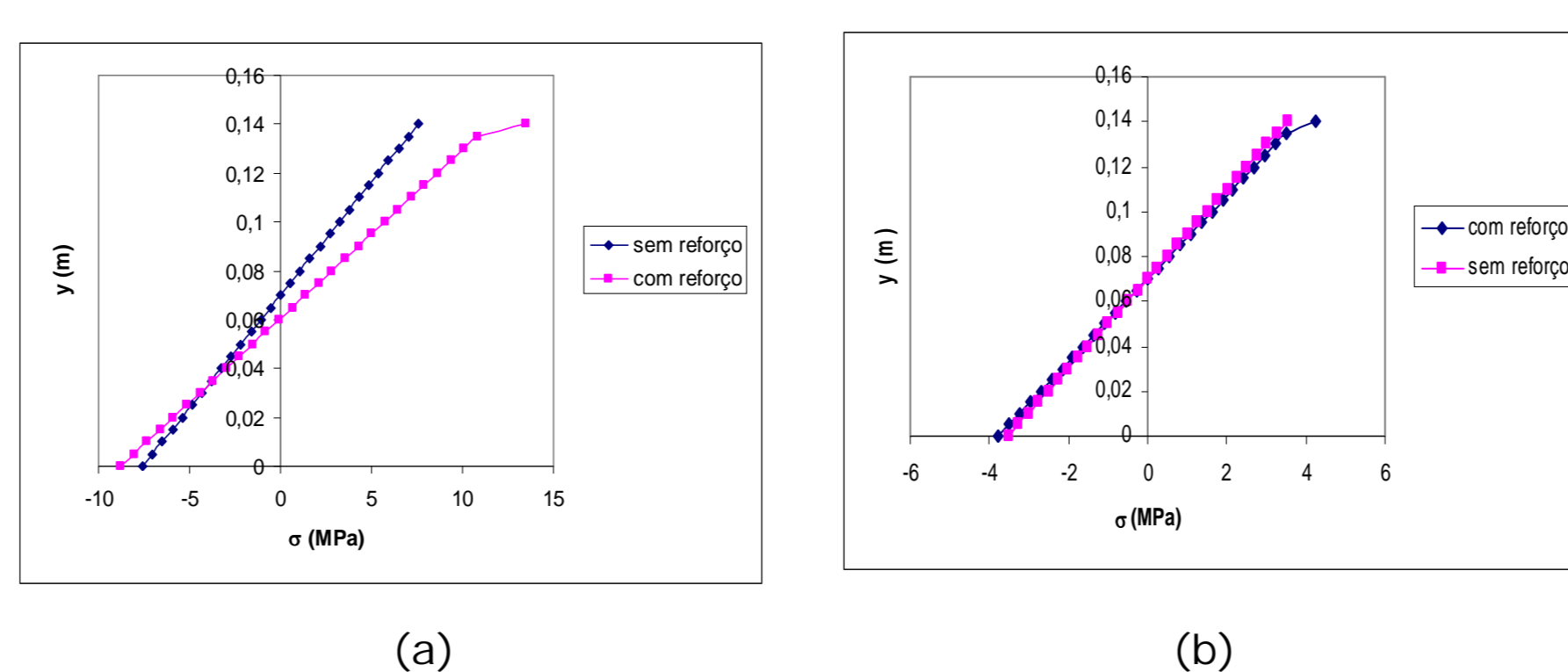


Figura 2 - Valores de tensão normal para viga laminada de madeira de ipê (a) e *Pinus* (b) para estrutura com e sem o reforço de sisal na região de tração.

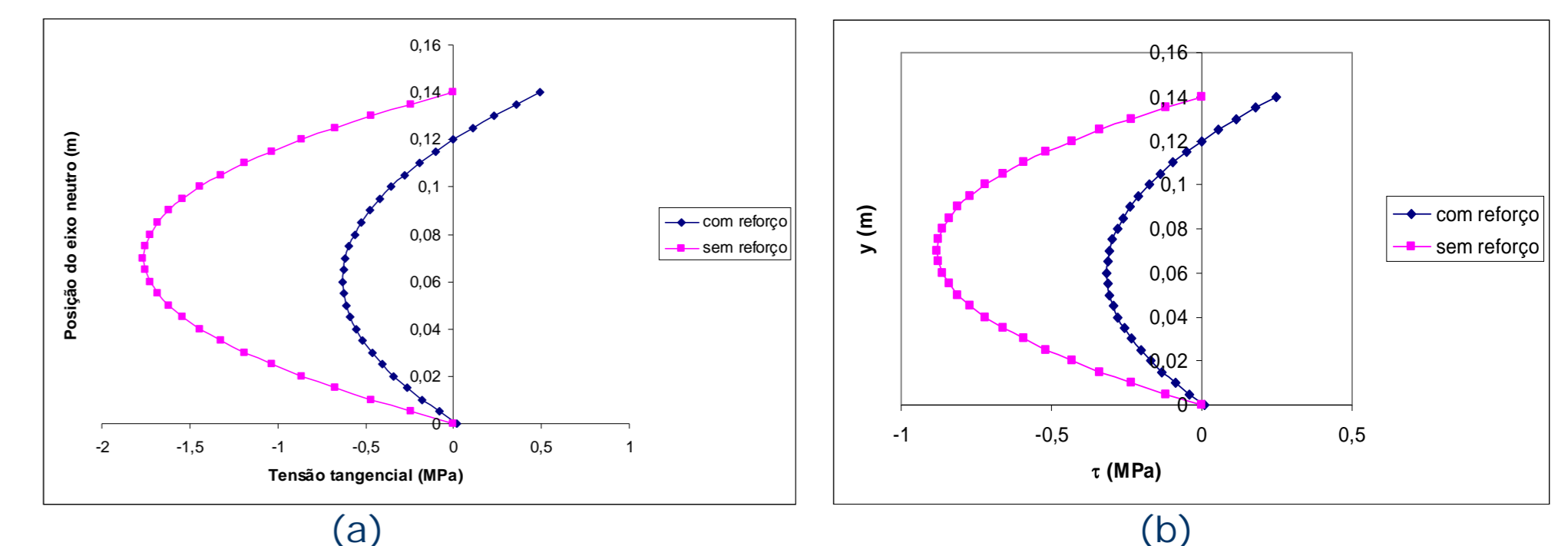


Figura 3 - Valores de tensão tangencial para viga laminada de madeira de (a) ipê e (b) *Pinus*, comparando-se teoricamente as estruturas com e sem o reforço de fibras de sisal.

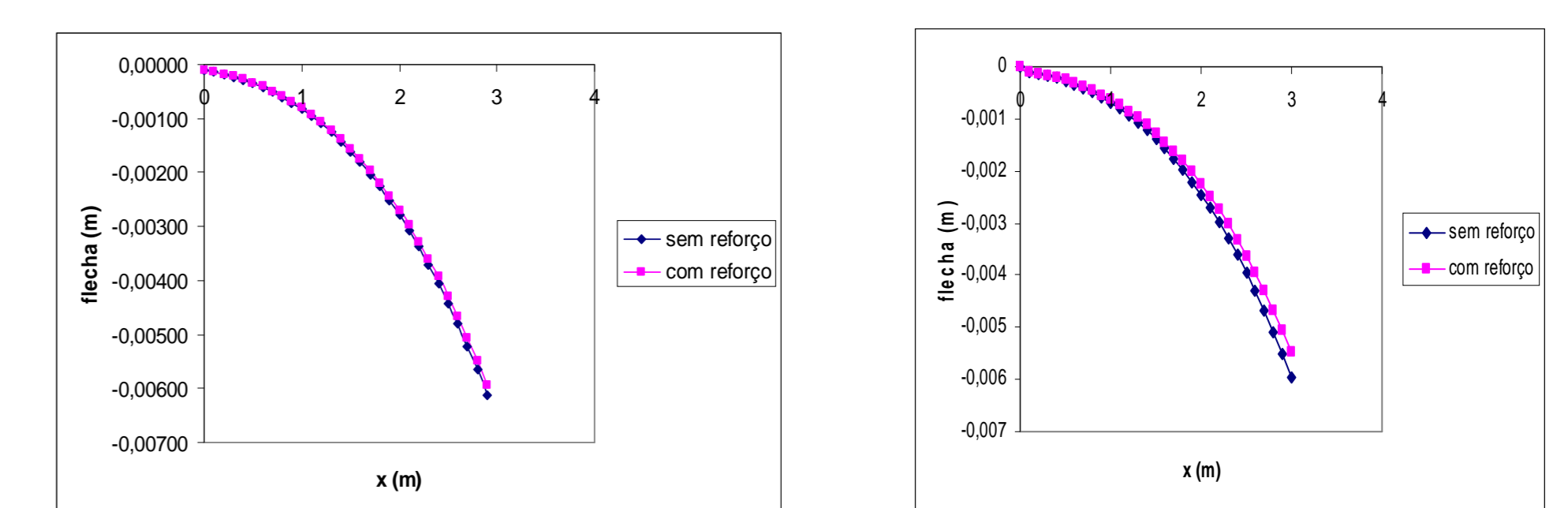


Figura 4 - Linha elástica para vigas laminadas de madeira de (a) ipê e (b) *Pinus* com e sem reforço estrutural de fibras de sisal na região de tração.

### Conclusões

Comparando-se os resultados obtidos graficamente com aqueles já consolidados na literatura, concluiu-se que o algoritmo desenvolvido foi eficaz no sentido de caracterizar as propriedades mecânicas de vigas laminadas em balanço, uma vez que houve proximidade entre os mesmos. Mais além, foi possível estudar a utilidade de se ter o reforço estrutural com fibras de sisal, dependendo do módulo de elasticidade da madeira componente da estrutura. Nos casos nos quais tal propriedade tem valores altos, não há ganho significativo de resistência estrutural. Para os modelos analisados com madeira do tipo ipê, as diferenças de flechas estruturais e valores de tensões normais foram de apenas 2%, aproximadamente, quando da comparação entre estruturas com e sem o reforço. Entretanto, a utilização de reforço é altamente eficaz quando o módulo de elasticidade da madeira da estrutura é baixo, como no caso da viga feita com *Pinus*, na qual a diferença entre valores de flecha e tensões normais foi da ordem de 7%, comparando-se casos nos quais se usou e não se usou o reforço de fibra de sisal.

### Referências Bibliográficas

- BODIG, J., JAYNE, B. A. **Mechanics of Woods and Wood Composites**. Krieger Publishing, Florida, 1982.
- FURLANI, J. E. F. **Estudo do Comportamento Mecânico de Vigas Laminadas Coladas de Madeira de reflorestamento reforçadas com Fibra de Sisal**. 2005. 55p. – Trabalho para exame de qualificação em doutorado. UNICAMP, Campinas.