DEPENDÊNCIA E INTERATIVIDADE:
UMA ABORDAGEM A PARTIR DA TEORIA DE CONJUNTOS FUZZY

Felipo Bacani
bacani@ime.unicamp.br

Laécio Carvalho de Barros
laeciocb@ime.unicamp.br

Instituto de Matemática, Estatística e Matemática Aplicada e Computacional – *IMECC*
Departamento de Matemática Aplicada

Financiamento: CNPq

Palavras Chave:

Incerteza – Conjunto fuzzy – Independência – Interatividade – Probabilidades – Biomatemática

Introdução

A teoria de conjuntos fuzzy foi criada com o objetivo de representar incertezas que dizem respeito à pertinência. Para isto, criou-se uma teoria de conjuntos com fronteiras imprecisas. Neste trabalho são investigadas questões sobre interatividade entre conjuntos dessa natureza, objetivando aplicar este conceito à inferência de dados. Isto é, a partir da pertinência de um elemento a um conjunto, pretende-se inferir sua pertinência a outro conjunto fuzzy. O objetivo do projeto é estudar aspectos teóricos e potenciais de aplicação sobre a questão de independência e interatividade entre conjuntos fuzzy. O presente trabalho estuda maneiras de como quantificar influências dessa natureza, que é uma questão relevante desde o nascimento da própria teoria fuzzy.

Metodologia

Através de uma leitura comparada de artigos, é feita uma discussão detalhada do assunto, utilizando analogias com a teoria de probabilidades com o propósito de ilustrar alguns conceitos. Com o objetivo de inferência de dados em conjuntos fuzzy, um caso particular (para T-norma do produto) da equação derivada em um dos artigos da bibliografia é reproduzida abaixo. Nota-se uma clara semelhança desta com a *Regra de Bayes* da teoria de probabilidades, onde, $\pi_{X|Y}(x|y)$ é a função posteriori obtida no processo de inferência, análoga à distribuição condicional de probabilidades. $\pi_{Y|X}(y|x)$ é análoga à distribuição de verossimilhança ("*likelihood function*"), e $\pi_X(x)$ à distribuição marginal de *X*.

$$\pi_{X|Y}(x|y) = \sup_{z\in[0,1]}\left\{\pi_Y(y)\cdot z = \pi_{Y|X}(y|x)\cdot\pi_X(x)\right\} = \frac{\pi_{Y|X}(y|x)\cdot\pi_X(x)}{\sup_t\left\{\pi_{Y|X}(y|t)\cdot\pi_X(t)\right\}} \quad \text{(Eq. 1)}$$

Caso particular da função de pertinência do conjunto fuzzy *X dado que* a pertinência do conjunto *Y* é *y*. $\pi_{Y|X}(y|x)$ é análoga à distribuição de verossimilhança (*likelihood function*) da teoria de probabilidades, e $\pi_X(x)$ é análoga à distribuição marginal de *X*

Resultados e Discussão

Utilizando a equação acima, trabalharemos com uma aplicação. Assuma que deseja-se conhecer o valor de uma variável crítica *X* com base na variável *Y*, que é uma previsão (imperfeita) de *X*. Suponha que se tenha à disposição um registro histórico (Figura 1) de pares (X,*Y*), onde cada par (X_i,Y_i) representa o valor (medido) de X_i e de sua previsão correspondente Y_i. A ideia é combinar a previsão *Y* recebida (de um valor de *X* que ainda não se conhece) com o registro histórico, de forma a obter uma distribuição que informa quais valores se espera da medida de *X* (ainda desconhecida), e com quais possibilidades tais valores podem assumir. Para ilustrar, suponha o registro histórico da figura 1. A partir deste, propõe-se a distribuição $\pi_{Y|X}(y|x)$ (Figura 2a) e a marginal $\pi_X(x)$ (Figura 2b). Utiliza-se as distribuições das figuras 2a e 2b na equação 1 para obter a distribuição posteriori $\pi_{X|Y}(x|y)$ (Figura 3), que estima quais valores são possíveis para a medida *X*, dado que a previsão é *Y=4*. Em $\pi_{X|Y}(x|y)$, *o* valor de maior possibilidade está destacado: *X*=3,46*.

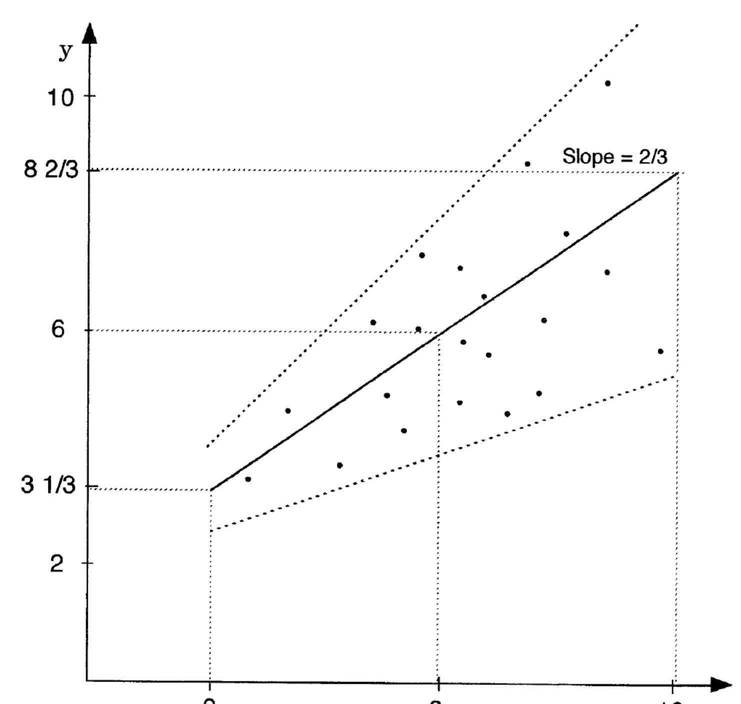

Figura 1: Registro histórico de pares (X,Y)

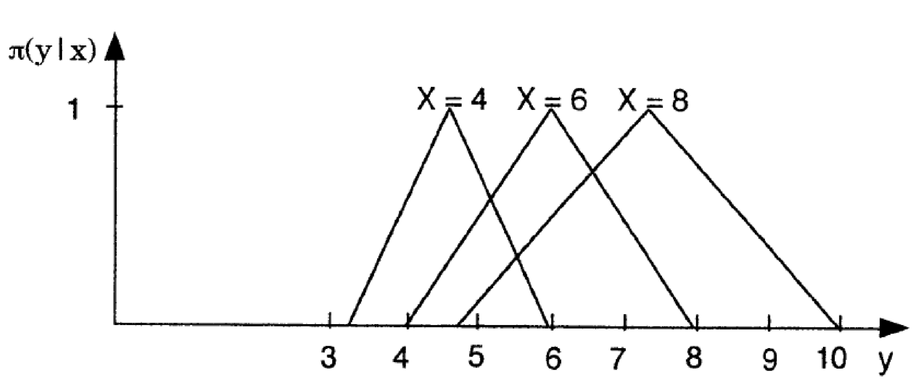

Figura 2a: Distribuição de verossimilhança $\pi_{Y|X}(y|x)$

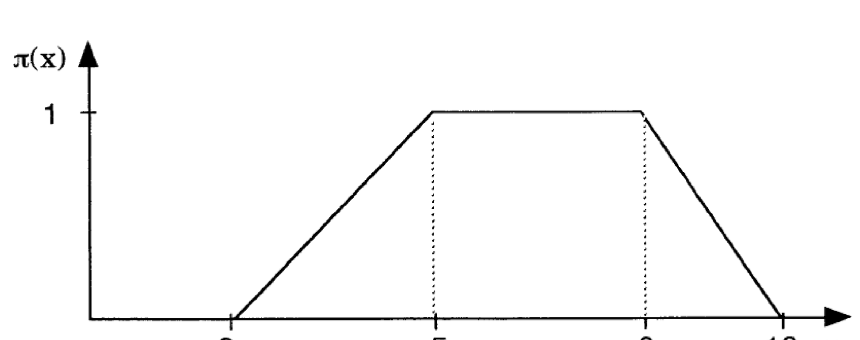

Figura 2b: Distribuição priori $\pi_X(x)$

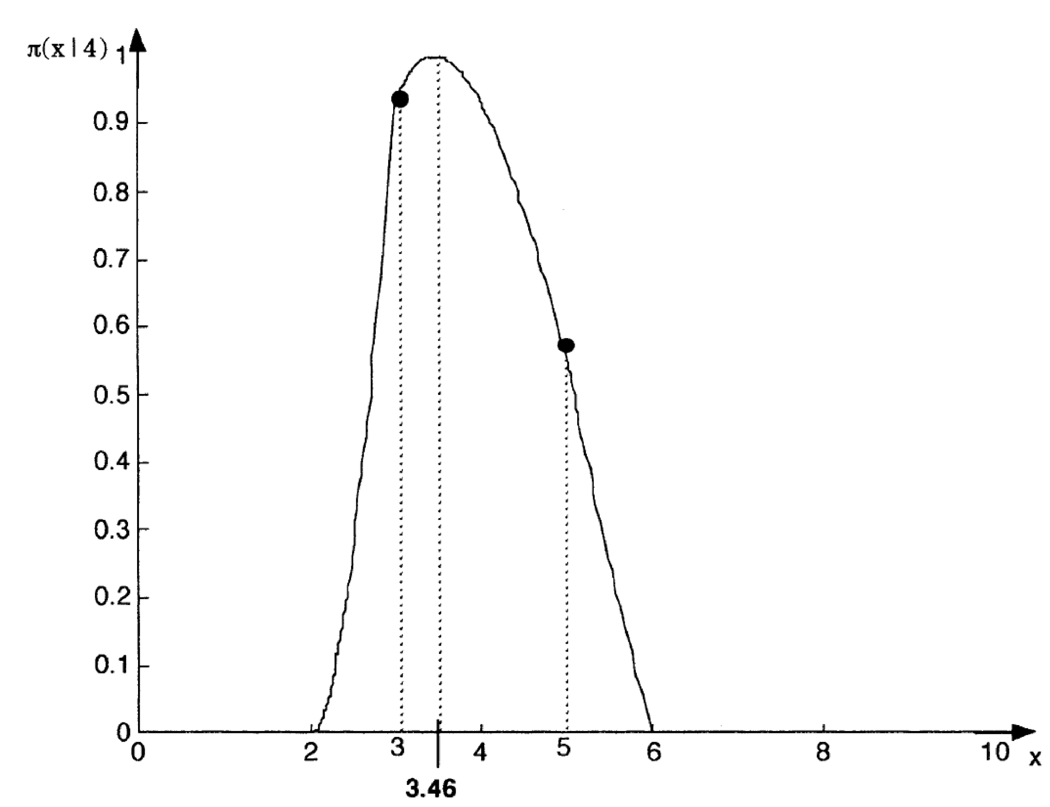

Figura 3: Distribuição posteriori $\pi_{X|Y}(x|y)$

Conclusões

As potencialidades práticas do exemplo estudado acima é muito grande, aplicando-se a qualquer fenômeno que envolva tomada de decisões com base em uma variável crítica. Áreas com aplicações imediatas são as biológicas e médicas, onde a decisão a ser tomada pode ser submeter um paciente a um tratamento específico, e uma previsão do sucesso desse tratamento pode ser um fator vital nessa escolha. Pelo fato de o modelo estudado ser extremamente geral, inúmeras outras aplicações são possíveis com esta abordagem.