

PRECIFICAÇÃO DE OPÇÕES DE TAXA DE JUROS NO BRASIL: UMA ANÁLISE DOS MODELOS DE VASICEK, CIR E REDES NEURAIS RECORRENTES

INSTITUTO DE ECONOMIA – UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

DEPARTAMENTO DE TEORIA ECONÔMICA



Leandro dos Santos Maciel, Rosângela Ballini
E-mails: maciel@dca.fee.unicamp.br, ballini@eco.unicamp.br
Sistema de Apoio ao Estudante / SAE



Palavras-Chave: Redes Neurais Recorrentes, Opções de Taxa de Juros, Modelos Não-Paramétricos.

INTRODUÇÃO

Nas décadas recentes, a precificação de derivativos de taxa de juros tem chamado grande atenção dos agentes de mercado, assim como de pesquisadores, devido à sua importância econômica. Este trabalho, propõe um modelo de rede neural recorrente para a valoração das opções de compra de IDI, no período de janeiro de 2003 a julho de 2007. Modelos baseados em redes neurais artificiais têm mostrado grandes vantagens em relação aos modelos tradicionais, com destaque nas aplicações em economia e finanças. Além disso, o mercado de opções taxa de juros no Brasil ainda não foi avaliado por técnicas de inteligência artificial. Dessa forma, obtivemos o prêmio das opções de compra de IDI de acordo com os modelos de Vasicek e CIR, propostos por Vieira e Pereira (1999) e Barbachan e Ornelas (2003), respectivamente, assim como por meio de um modelo de rede neural recorrente. Os modelos foram avaliados de acordo com as métricas usuais de erro, isto é, RSME, MAE e MAPE. Além disso, aplicou-se o teste estatístico SIGN para avaliar qual modelo é mais acurado. Nossos resultados mostraram que a rede neural recorrente gerou os valores dos prêmios para as opções de compra de IDI mais próximos dos observados no mercado. Além disso, o modelo de rede neural apresentou melhores resultados nas opções *out-of-the-money*.

MODELO VASICEK

O prêmio de uma opção de compra de IDI, segundo o modelo de Vasicek, é dado por:

$$c_t = IDI_t \cdot N(h) - X \cdot P(t, T) \cdot N(h - k)$$

Sendo:

$$h = \frac{\ln\left(\frac{IDI_t}{P(t, T) \cdot X}\right) + \frac{k^2}{2}}{k}$$

$$k^2 = \sigma^2 \frac{(4e^{-\alpha T} - e^{-2\alpha T} + 2\alpha T - 3)}{2\alpha^3}$$

MODELO CIR

O prêmio de uma opção de compra de IDI, segundo o modelo CIR, é dado por:

$$c_t = \psi \cdot IDI_t \left[1 - \chi^2 \left(\ln\left(\frac{X}{IDI_{t+1}}\right); \eta, \rho \right) \right] - X \cdot \psi \cdot 3 \frac{\eta}{2} \cdot e^{-\mu} \left[1 - \chi^2 \left(\ln\left(\frac{X}{IDI_{t+1}}\right); 3; \eta, \mu \right) \right] / (1 + CDI_t)$$

Onde:

$$\rho = \frac{4CDI_t}{\sigma^2} \left(\ln\left(\frac{1 - e^{\theta^2 \tau}}{1 - e^{-\theta^2}}\right) \right) \quad \eta = \frac{4\theta^* \alpha^* \Delta t}{\sigma^2} \quad \psi = \frac{\sigma^2}{4\theta^*} + \frac{\sigma^2}{4\Delta t e^{\theta^*}} (e^{\tau} - 1)$$

REDES NEURAIS RECORRENTES

Os modelos de redes neurais são formados por unidades básicas de processamento, denominadas neurônios artificiais. Podemos denotar a saída de um neurônio por:

$$y_i = \theta \left(\sum_{j=1}^N w_{ij} x_j - \theta_i \right) = \theta(z)$$

A Figura 1 apresenta a topologia de uma rede neural recorrente do tipo Elman (Elman, 1990), com uma camada intermediária contendo Q neurônios e uma camada de saída com O neurônios. Deve-se notar que, nesta estrutura, a realimentação se dá nas camadas intermediárias.

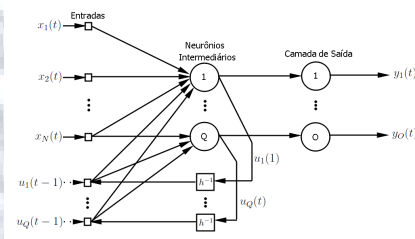


Figura 1. Rede Neural Recorrente tipo Elman.

A regra de atualização para os pesos sinápticos, segundo o método de Levenberg-Marquardt, é dado por:

$$\Delta \bar{w} = -[J^T(\bar{w})J(\bar{w}) + \mu \text{diag}(J^T(\bar{w})J(\bar{w}))]^{-1} J^T(\bar{w}) \bar{e}(\bar{w})$$

RESULTADOS

A Figura 2 apresenta um esquema simplificado da topologia da rede utilizada nesse trabalho para obtenção do prêmio das opções de compra de IDI:

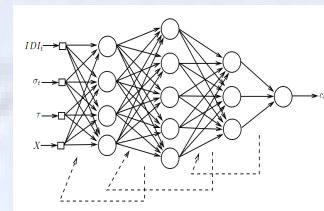


Figura 2. Topologia da Rede Neural para as Opções de Compra de IDI

Na Tabela 1, apresentamos os resultados, para as métricas de erro, obtidos de acordo com os modelos avaliados.

Tabela 1: Aderência dos preços teóricos aos preços de fechamento das opções de IDI

	RMSE	MAE	MAPE (%)
Vasicek	61,2096	48,6217	26,7109
CIR	47,9333	39,8167	18,4188
RNR	18,4572	14,2212	6,9155

Na Figura 3 é apresentada a evolução dos prêmios das opções de compra de IDI para um dos *strikes* mais líquidos do período de dezembro de 2006 a julho de 2007 (amostra teste), isto é, com preços de exercício de 220.000 pontos do IDI, sendo o valor de cada ponto dado em reais estabelecido pela Bolsa.

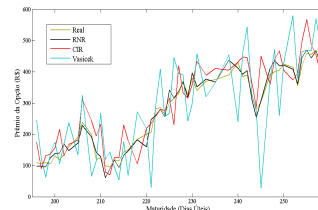


Figura 3. Evolução dos prêmios de mercado em relação aos prêmios obtidos pelos modelos teóricos para as opções com *strike* de 200.000 em diversas maturidades.

Com isso, as opções de compra de IDI foram separadas de acordo com o grau de *moneyness* e, então, obtivemos os valores das métricas de erro, cujos resultados são indicados na Tabela 2. E Tabela 3 apresenta os resultados da estatística SIGN.

Tabela 2: Aderência dos preços teóricos aos preços de fechamento das opções de compra de IDI de acordo com o grau de *moneyness*.

	Out-of-the-money			At-the-money			In-the-money		
	RMSE	MAE	MAPE (%)	RMSE	MAE	MAPE (%)	RMSE	MAE	MAPE (%)
Vasicek	69,213	55,764	36,454	52,323	41,763	32,217	50,482	43,986	31,873
CIR	53,615	47,652	26,312	39,928	33,754	21,223	36,928	31,876	23,983
RNR	19,753	14,998	7,672	16,493	12,012	5,687	17,039	10,009	4,999

Tabela 3: Estatística SIGN para as opções de compra de IDI

	SIGN	p-value
RNR Pz Vasicek	33,027	0,0000
RNR Pz CIR	78,542	0,0000

CONCLUSÕES

Nossos resultados inferiram a superioridade do modelo de rede neural em relação aos demais modelos, devido aos baixos erros apresentados. Além disso, para as opções *out-of-the-money*, o modelo sugerido neste trabalho apresentou melhores resultados em termos comparativos, uma vez que para as opções *at-the-money* e *in-the-money*, os modelos tradicionais não apresentaram erros tão elevados quanto para as opções *out-of-the-money*. Para confirmar tais resultados, o teste estatístico SIGN, que compara modelos de predição, indicou que a acurácia do modelo de rede recorrente foi estatisticamente superior a dos modelos tradicionais, tomados como *benchmark*.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Barbachan, J. S. F. & Ornelas, J. R. H. (2003). Apreçamento de opções de IDI usando o modelo CIR. *Estudos Econômicos*, 33(2), 287-323.
- Elman, J. L. (1990). Finding structure in time. *Cognitive Science*, 14, 179-211.
- Vieira, C. A., Neto & Pereira, P. V. (1999). Derivação de uma fórmula para o cálculo do preço livre de arbitragem das opções sobre o índice de depósitos financeiros de um dia – IDI [Working Paper N° 2 / FLWP1-15]. IBMEC, São Paulo, Brasil.