

PROBLEMAS DE PONTO SELA – MÉTODO DE UZAWA

Deise Gonçalves Ferreira
IMECC - UNICAMP
deisegema@gmail.com

Dr. Petronio Pulino
DMA - IMECC - UNICAMP
pulino@ime.unicamp.br

Pró- Reitoria de Pesquisa - Unicamp PIBIC/CNPq - 2009

Palavras chaves: Quadrados mínimos com restrições - Método de Uzawa - Problemas de Ponto Sela

Introdução:

O *Método de Uzawa* e suas várias versões são métodos numéricos eficientes para a obtenção de soluções numéricas de *Problemas de Ponto Sela* de uma maneira geral.

Nosso estudo girou em torno de aplicações dos *Problemas de Pontos Sela* associados a *Problemas de Programação Quadrática com Restrições*, principalmente a formulação de *Quadrados Mínimos* para a solução de *Sistemas Lineares Sobredeterminados com restrições*, que é o caso do Planejamento de dietas Alimentares.

Metodologia

Inicialmente foi necessário fazer um estudo aprofundado da teoria de Álgebra Linear e dos Métodos Numéricos necessários para o desenvolvimentos do projeto, entre eles os métodos iterativos para solução de sistemas lineares e o Método de Uzawa, também realizamos a implementação computacional dos Métodos utilizando a estrutura de Programação do MatLab.

A segunda etapa do projeto destinou-se ao Problema de Planejamento de dietas Alimentares, coleta de dados e implementação dos códigos para a resolução desse problema específico, utilizando os códigos que já haviam sido implementados na primeira etapa do projeto.

Quadrados Mínimos com Restrições

Utilizamos o método dos *Quadrados Mínimos*, para encontrar uma solução aproximada para *Sistemas Lineares Sobredeterminados*, que nem sempre possuem uma solução exata.

Considere o seguinte problema: Encontrar a solução de Quadrados Mínimos para o sistema linear sobredeterminado $Ax = b$ sujeito a restrição $Bx = d$.

Teremos o seguinte **Problema de Ponto Sela**: Encontrar $(x^*, \lambda B^*) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^p$, solução do sistema linear indefinido:

$$\begin{cases} A^t Ax + B^t \lambda = A^t x \\ Bx = d \end{cases} \quad (1)$$

Que na forma matricial é representado por:

$$\begin{bmatrix} A^t A & B^t \\ B & 0_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^t \\ d \end{bmatrix} \quad (2)$$

Para resolver o *Problema de Ponto Sela* acima, utilizamos o *Método de Uzawa* com direções conjugadas, o qual utiliza o *Método dos Gradientes Conjugados*, na resolução dos sistemas lineares durante o processo iterativo, e possui uma convergência mais rápida do que o *Método de Uzawa* sem direções conjugadas.

O problema de Planejamento Alimentar

Atualmente é muito comum a necessidade de planejar as refeições, seja devido a dietas de restrições de calorias para perda de peso ou restrição em algum tipo de nutriente por problemas de saúde. Pensando nisto, formulamos um problema de Quadrados Mínimos com restrições, com o qual é possível planejar as refeições levando em consideração as necessidades do usuário. Utilizando a Tabela de Composição dos alimentos desenvolvida pelo grupo NEPA - Unicamp, organizamos uma base de dados contendo a composição nutricional de cada alimento, como referência de consumo diário nos baseamos em uma tabela da ANVISA.

Utilizamos a estrutura de programação do MatLab, para a implementação computacional dos métodos. Organizo abaixo nas tabelas os passos do código.

Nome do código principal	planejamento.m
Arquivos utilizados no método	Base de dados do alimentos, listagem dos alimentos, referência de consumo diário, restrições aplicáveis à dieta, Método de Uzawa, Método dos Gradientes Conjugados.
Rodar o programa	Digita-se <i>planejamento</i> na janela de comandos do MatLab
Escolha dos alimentos que farão parte da dieta	Aparecerá na tela uma lista numerada com 138 alimentos, basta digitar o número correspondente ao alimento que deseja selecionar, no máximo 12 alimentos.
Escolha das Restrições	Aparecerá na tela as opções de restrições que poderão ser aplicadas à dieta segundo a tabela ao lado, lembrando que a quantidade de restrições não deve ultrapassar a quantidade de alimentos selecionados.
Para problemas inviáveis	Caso seu problema seja classificado como inviável, o código indicará formas de torná-lo viável.
Resposta final do programa	Ao final caso o problema seja viável aparecerá na tela um vetor contendo a quantidade que deverá ser consumida de cada alimento, caso contrário indicará que é inviável.

Restrições aplicáveis

- 1 - Quantidade de alimentos
- 2 - Quantidade de calorias
- 3 - Quantidade de carboidratos
- 4 - Quantidade de proteínas
- 5 - Quantidade de colesterol
- 6 - Quantidade de cálcio
- 7 - Quantidade de ferro

Conclusões

Problemas de ajustes onde há a necessidade de utilizar Quadrados Mínimos são muito comuns nas aplicações práticas, é frequente também a necessidade de considerar as restrições do problema, neste caso a resolução de problemas de ponto sela podem ser úteis e o Método de Uzawa, é o mais adequado para resolver esse tipo de problema.

Porém, o Método de Uzawa possui limitações práticas, uma vez que é um método de minimização global e trabalha com restrições de igualdade, o que impossibilita o uso de restrições de não negatividade. Seu uso quando estamos interessados somente em variáveis positivas necessita de adaptações, foi o caso do Problema de Planejamento Alimentar, realizamos adaptações ao método para um melhor resultado.