Síntese de Sons Através de Bases Polinomiais Harmônicas

Autores: Diego Peterlevitz Frota (aluno), Adolfo Maia Jr. (Orientador)

IMECC - NICS - UNICAMP - CNPQ/PIBIC. Palavras-chave: Síntese de som não-linear - Polinômios Especiais

Introdução

A síntese sonora envolve muitos conceitos matemáticos e computacionais. No processo de síntese é comum o uso de certos conjuntos de funções que sirvam como base para gerar outras funções mais complexas, e que representem os sons de maneira eficientemente. Dentre tais bases vamos considerar as funções trigonométricas (Senos Cossenos), os Polinômios de Chebychev e os Polinômios de Legendre.

Waveshaping

Em seu artigo "Digital Waveshaping Synthesis", Marc Le Brun introduziu a técnica de síntese não-linear Waveshaping.

Tal técnica consiste em alterar a forma de onda do som original digitalizado, fazendo-o passar por um filtro, denominado *Filtro de Chebychev*. Este filtro muda a forma da onda, ao invés da amplitude ou da fase, através de uma distorção do sinal de entrada.

A **Figura 1** mostra a idéia de Waveshaping através da representação da onda inicial, da *Função de Transferencia* e da onda final.

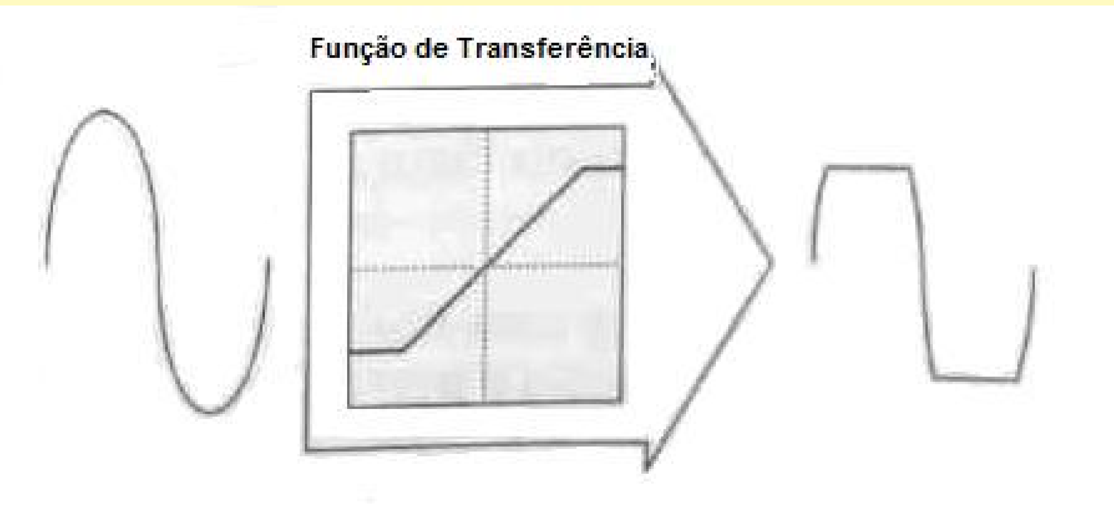

Figura 1: Onda passando por um *Filtro de Chebychev*.

Polinômios de Chebychev

Os Polinômios de Chebychev tem sido usados na técnica Waveshaping, pois servem como base para a criação das Funções de Transferência. Tais Polinômios são especialmente importantes no trabalho do Le Brun por dois motivos:

1. Geram as Parciais de Fourier do tipo cos(nx), n=1,2,3,... . Assim, temos um conjunto de funções ortogonais.

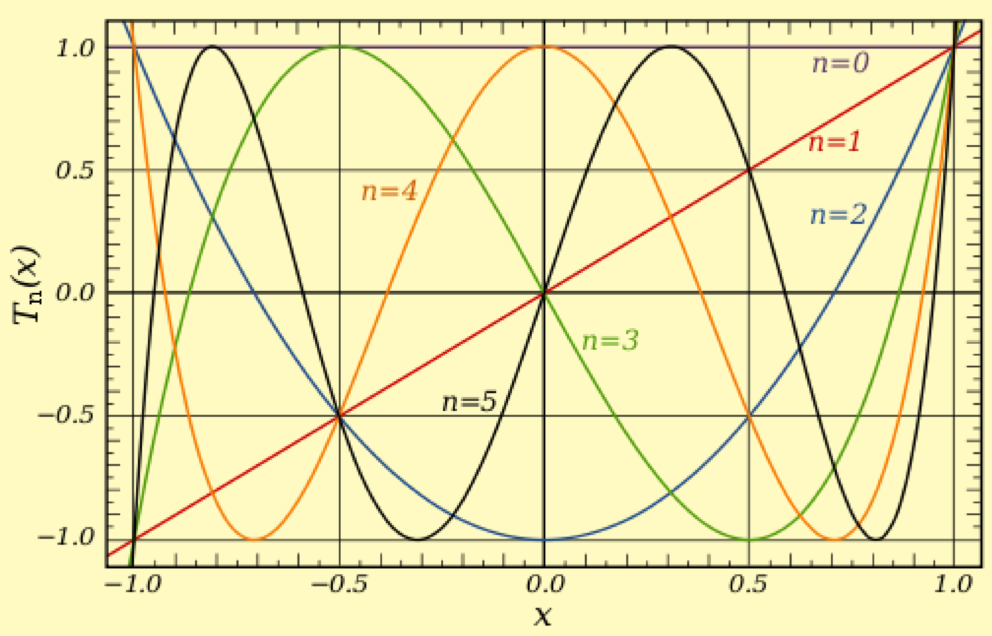

Figura 2: Polinômios de Chebychev.

2. São obtidos através de uma relação de recorrência, decorrente da fórmula

$$T_n(\cos(\theta)) = \cos(n\theta) \quad n = 1, 2, 3, \cdots$$

References

[1] Le Brun, Digital Waveshaping Synthesis, Journal of AES, **27**, Issue 4, pp. 250-266; April 1979.

[2] Roads, C., *Computer Music Tutorial*, MIT Press, 1996.

Implementações de Síntese

O primeiro programa que fizemos é um sintetizador que aplica Waveshaping para qualquer *Função de Transferência* previamente definida. Na **Figura 3(a)** vamos um fluxograma que indica os procedimentos do algoritmo: definir alguns parâmetros do som, criar alguma onda (X), e por fim aplicar o Waveshaping. Na **Figura 3(b)** temos a imagem de uma onda inicial Cosseno, e na **Figura 3(c)** a forma da onda depois de passar pela *Função de Transferência*.

Para aplicarmos conceitos básicos de *Síntese Aditiva* e compararmos com o método não-linear de Waveshaping, escrevemos um outro programa que cria três ondas e depois soma-as, resultando em outra onda com uma diferente forma e frequência, e portanto com características sonoras diferente, tais como timbre e altura. Um fluxograma da idéia de síntese aditiva aparece em **Figura 4 (a)**. Na **Figura 4 (b)** temos a imagem das 3 ondas iniciais, uma em cada cor, e na **Figura 4(c)** a onda resultante da soma delas.

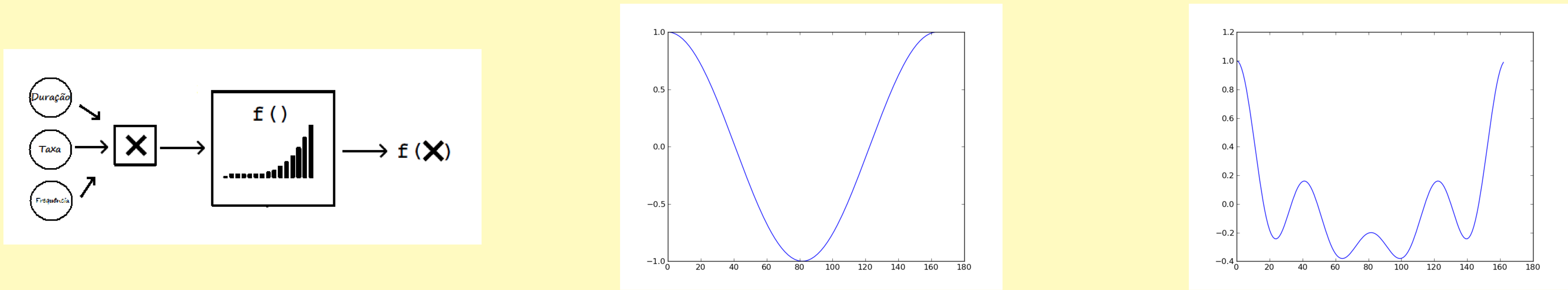

Figura 3: (a) Fluxograma do algoritmo básico, (b) Onda Cosseno (c) Onda resultante após *Waveshaping*.

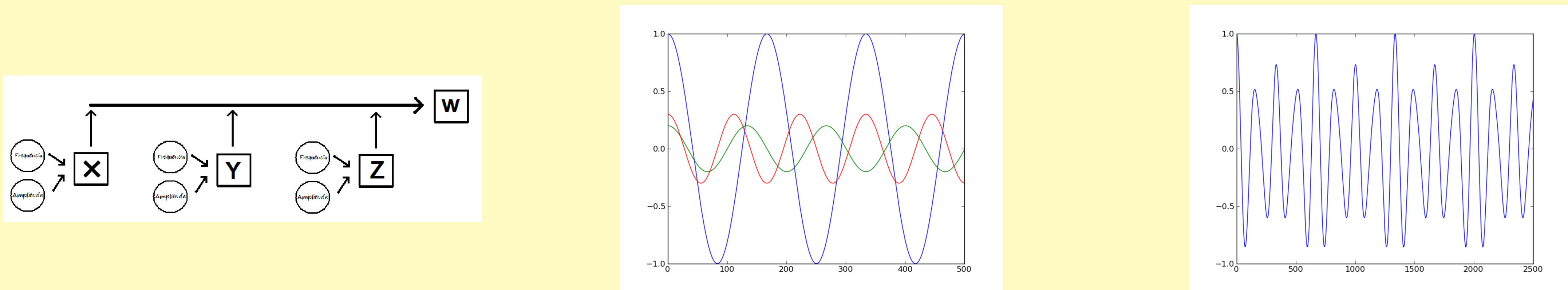

Figura 4: (a) Fluxograma do conceito de *Síntese Aditiva*, (b) Ondas com diferentes frequências e amplitudes e (c) Onda resultante do soma das 3 ondas inicias.

Resultados

A fim de sabermos quais formas de onda cada Base de Polinômios pode gerar com maior eficácia, nós utilizamos estas Bases para a aproximação de alguns *Samples* de som.

Para representar as Bases no computador, calculamos os Polinômios que compõe cada base utilizando a sua fórmula recursiva. Assim, temos:

- **Polinômios de Legendre:**

$$\begin{cases} P_0(x) = 1 \\ P_1(x) = x \\ (n+1)P_{n+1}(x) = (2n+1)xP_n(x) - nP_{n-1}(x) \\ n = 1, 2, 3, \cdots \end{cases}$$

- **Polinômios de Chebychev:**

$$\begin{cases} T_0(x) = 1 \\ T_1(x) = x \\ T_{n+1}(x) = 2xT_n(x) - T_{n-1}(x) \\ n = 1, 2, 3, \cdots \end{cases}$$

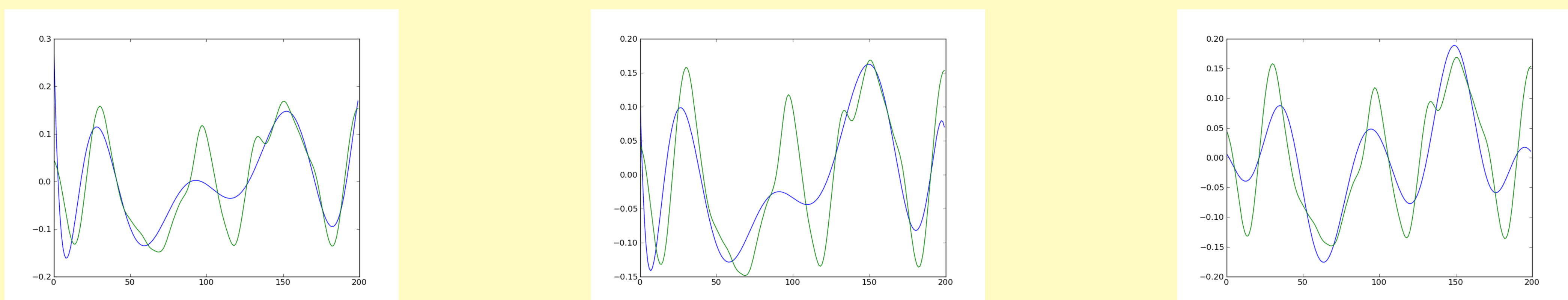

Figura 5: Aproximações do som original (em verde), por diferentes Bases (em azul). Em (a) temos a aproximação por Legendre, em (b) por Chebychev, e em (c) por Senos e Cossenos.

Testamos a aproximação de 10 diferentes sinais sonoros, aproximando cada um deles por pelas três bases propostas (Legendre, Chebyshev, funções trigonométricas). Os programas que aproximam o sinal sonoro podem calcular tantos coeficientes quanto se queira. Então calculamos a norma euclidiana da diferença entre o sinal sonoro inicial e a sinal calculado usando as três diferentes bases, para 6, 10 e 40 coeficientes.

Coeficientes	Legendre	Chebychev	Fourier
6	1.40	1.52	1.41
10	0.88	1.05	0.92
40	0.50	0.67	0.32

Figura 5: Tabela com a média dos erros das aproximações pelas diferentes bases.

Analisando os resultados das aproximações concluímos que utilizando Senos e Cossenos temos aproximações mais apuradas, considerando-se um número um pouco maior de coeficientes. Porém notamos que as aproximações são sensíveis às formas de onda dos sons, sendo preciso mais estudos para determinar a relação entre tímbre e Base Polinomial.

Apoio Financeiro

Este projeto foi realizado com o apoio financeiro PIBIC/CNPQ.