

Complexidade, Algoritmos de Aproximação e Teoria dos Jogos com aplicações em localização de recursos

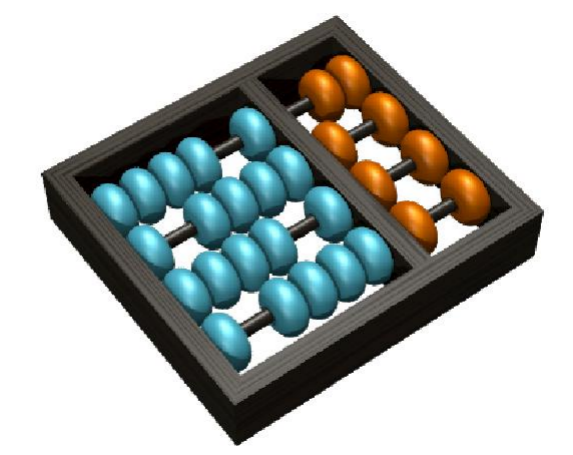


Aluno: Lucas Tiago de Castro Jesus
Orientador: Prof. Dr. Flávio Keidi Miyazawa

LOCO-IC-UNICAMP

email: fkm@ic.unicamp.br, lucastdcj@gmail.com

CNPq/PIBIC



Complexidade de Algoritmos – Teoria dos Jogos – Equilíbrio de Nash

Introdução

Neste projeto estávamos interessados em estudar aspectos básicos em Complexidade de Algoritmos e Teoria dos Jogos aplicados à Teoria da Computação.

Problemas relacionados à teoria dos jogos vêm recebendo uma crescente atenção não só apenas em matemática aplicada e economia, de onde originalmente surgiu, mas em diversas outras áreas do conhecimento onde esta é aplicada como em biologia, filosofia, computação, lógica e etc.

Especificamente em computação, pode-se citar sua aplicabilidade através do advento da internet e de sistemas distribuídos.

Na linha de Teoria dos Jogos, nosso interesse foi mais voltado em aprender aspectos teóricos voltados a problemas de conectividade e Equilíbrio de Nash.

O projeto visou o aprendizado dos fundamentos teóricos necessários para aprofundar em Teoria dos Jogos.

Metodologia

O projeto foi dividido em três etapas. A primeira correspondeu ao estudo de fundamentos teóricos: Complexidade de Algoritmos, Programação Linear, Algoritmos de Aproximação e Algoritmos Probabilísticos. [1] [2]

A segunda etapa consistiu em estudo geral de Teoria dos Jogos, na qual estudei integralmente o artigo [3].

A terceira etapa consistiu em um aprofundamento maior em assuntos mais específicos de Teoria dos Jogos como: Jogos de Roteamento e Jogos de Formação de Rede.[4] [5]

A fim de melhorar a compreensão de cada assunto, foram desenvolvidas apresentações e discussões em grupo para cada etapa citada.

Resultados e Discussão

Notação Assintótica

O estudo de notação assintótica foi essencial para continuarmos o projeto, pois para resolver um problema, não basta sabermos um algoritmo, devemos saber se este será resolvido em tempo satisfatório e se temos memória suficiente para entradas grande.

Portanto, focamos o estudo em provar e calcular a complexidade de certos algoritmos. Abaixo segue algoritmos que foram implementados no projeto e suas respectivas complexidades:

Maior Subcadeia em Comum: $O(n^2)$

Dijkstra: $O((n+e)\log(n))$

Cobertura de Vértices em Grafo Bipartido: $O(n^2e)$

Cobertura de Vértices em Árvore: $O(n+e)$

Projeto de Algoritmos

Nesta seção estudamos dois assuntos muito conhecido na área de algoritmos: Programação Dinâmica e Algoritmos Gulosos.

Na parte de Programação Dinâmica demos mais ênfase em estudar exemplos práticos e implementá-los. Para isto estudamos e implementamos os problemas: Longest Increase Subsequence e Largest Subsequence.

Na área de Algoritmos Gulosos focamos em provar que um algoritmo pertence a este grupo. Para isto estudamos e implementamos o Algoritmo de Dijkstra.

NP-Completeness

Estudei um pouco mais a fundo o problema Cobertura de Vértices, que a princípio não tem uma solução polinomial, mas para variações deste podemos resolvê-los polinomialmente, como fiz para Grafos Bipartidos e para árvores.

Teoria dos Jogos

Nesta seção após estudar a base teórica, me aprofundei no Jogo de Conexão Local, onde foi demonstrado dois lemas e um teorema.

Jogo: O jogo consiste de um conjunto de n jogadores. Cada jogador i é representado por um vértice em um grafo e tem como estratégia construir uma aresta não-direcional que o liga a outro vértice sujeito a um custo α . O objetivo de cada jogador é conectá-lo a todos os outros jogadores, pagando o mínimo possível.

Lema 1: Se $\alpha \geq 2$ então a estrela é uma solução ótima, caso contrário é um grafo completo.

Lema 2: Se $\alpha \geq 1$ então a estrela é um equilíbrio de Nash, se $\alpha \leq 1$ então grafo completo é um equilíbrio de Nash.

Teorema: Para $\alpha \leq 1$ ou $\alpha \geq 2$ o preço de estabilidade é 1. Para $1 < \alpha < 2$ o preço de estabilidade é no máximo $\frac{4}{3}$.

Conclusão

Teoria dos jogos cada vez abrange mais áreas e tomar decisões erradas cada vez traz mais danos numa sociedade competitiva.

Nesse nosso estudo teórico, pudemos analisar jogos e estudar a decisão correta para cada um, como é o mostrado acima, em cada caso para o Jogo de Conexão Local, analisamos qual é a melhor decisão a ser tomada.

Referências Bibliográficas

- [1] T. H. Cormen, C. E. Leiserson, R. L. Rivest, and C. Stein. Introduction to Algorithms. MIT Press, 2001.
- [2] Udi Manber. Introduction to Algorithms: A Creative Approach. Addison Wesley, 1989.
- [3] Flavio Keidi Miyazawa. Introdução a Teoria dos Jogos Algorítmica.
- [4] Noam Nisan, Tim Roughgarden, Eva Tardos, and Vijay V. Vazirani. Algorithmic Game Theory. Cambridge University Press, September 2007.
- [5] Christos Papadimitriou. Algorithms, games, and the internet. In STOC '01: Proceedings of the thirty-third annual ACM symposium on Theory of computing, pages 749–753, New York, NY, USA, 2001. ACM.