PROBLEMAS INTERESSANTES EM MINIMIZAÇÃO DE FUNÇÕES SEM RESTRIÇÕES

UNIDADE: IMECC

Talita Cristina Tomaz Alves (Bolsista CNPq – talves09@ime.unicamp.br)

Maria Aparecida Diniz Ehrhardt (Orientadora – cheti@ime.unicamp.br)

Agência Financiadora: PICME (CNPq)

Palavras-Chave: Minimização Irrestrita –Seções Áureas – Nelder-Mead

1. Introdução e Metodologia

Problemas de minimização de funções sem restrições aparecem em diversas aplicações, por isso os problemas escolhidos fazem parte de nosso cotidiano, dessa forma se tornam ainda mais interessantes.

À medida que a complexidade do problema aumenta, surge a necessidade da aplicação de métodos numéricos. Entre eles, estudamos o método das Seções Áureas e o de Nelder-Mead, que aplicamos, respectivamente, em funções de uma e várias variáveis. Para realizar os experimentos numéricos, implementamos o método das Seções Áureas em Matlab e utilizamos a rotina *fminsearch* que encontra o mínimo da função usando o Método de Nelder-Mead.

2. Resultados e Discussão

2.1. Método das Seções Áureas

O Método das Seções Áureas consiste em determinar um valor mínimo de f(x), usando a sequência de Fibonacci para obter o número de ouro.

2.1.1. Onde sentar nos cinemas ?

O problema de onde sentar nos cinemas consiste em encontrar um ponto, no qual o ângulo de visão (θ) seja máximo.

Considerando α como sendo o ângulo de inclinação do chão em que ficam as poltronas, variando o ângulo α de 10° a 40°, aplicamos o método e obtivemos que o melhor lugar para se sentar nesse cinema seria a, aproximadamente, 25 metros da primeira poltrona, que corresponde a um ângulo de 17°. (Ver figura abaixo)

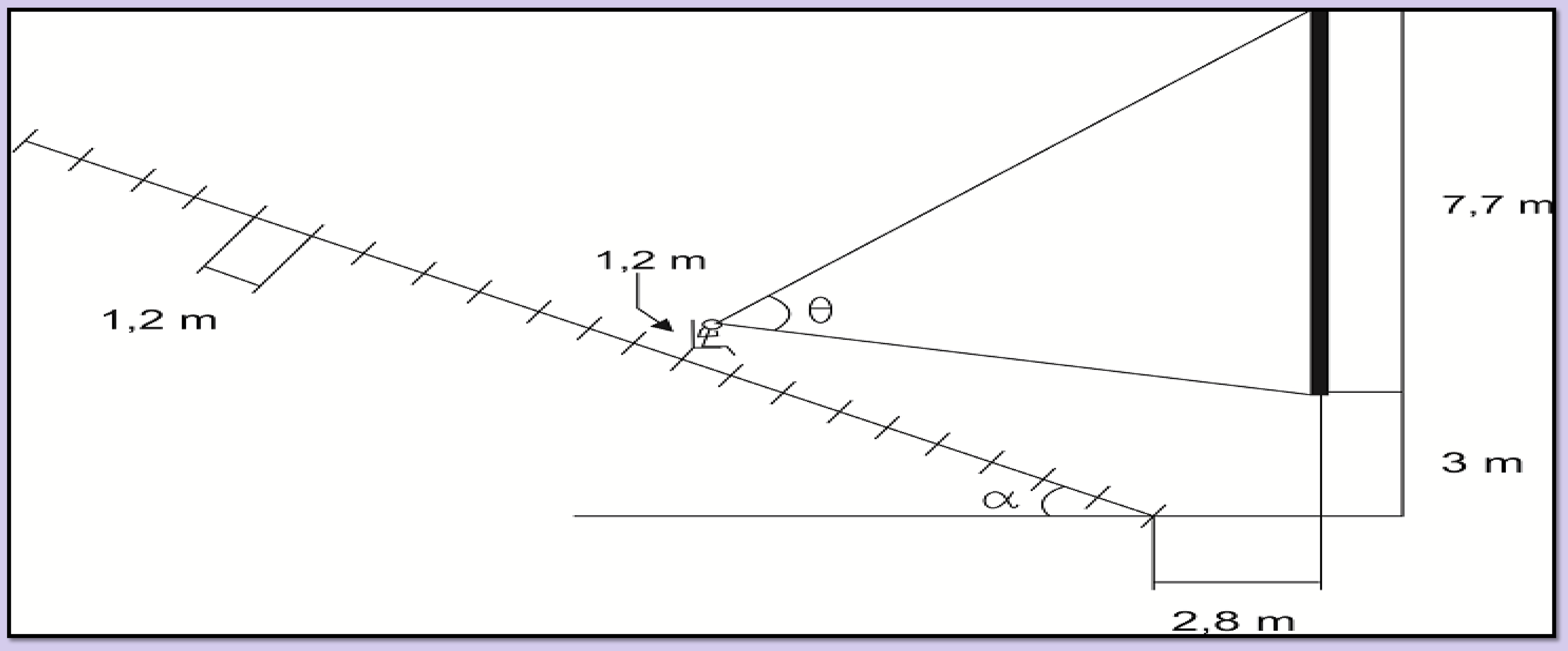

Figura 1: esquema do cinema.

2.2. Método de Nelder-Mead

Considerando uma função $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ e um simplex no $\mathbb{R}^n$, a iteração de Nelder-Mead consiste em: ordenar os vértices do simplex, calcular o ponto de Reflexão ou de Expansão, fazer uma Contração ou uma Redução do simplex. O aplicaremos nos problemas a seguir.

2.2.1. Problema das distâncias.

Considerando otimizar a instalação de uma estação de energia, de modo que atenda n cidades a partir de um ponto, é necessário minimizar a soma dos quadrados das distâncias, que chamaremos de P_{sqr}.

Também podemos minimizar o comprimento total dos cabos elétricos que vão da estação de energia às cidades, que é minimizar a soma das distâncias, que chamaremos de P_{sum}.

Fermat formulou o problema da soma das distâncias no plano para n=3, posteriormente houve a generalização deste problema:

$$Minimizar\, f = \sum_{i=1}^{n} h_i(\| X - X_i \|).$$

Se $h_i(x) = x$, temos P_{sum}, e se $h_i(x) = x^2$, a solução é igual ao centróide ou centro de massa, que chamamos de P_{sqr}. A interpretação geométrica do problema está nas figuras abaixo. Na figura 2, os vértices do triângulo são os pontos que representam as cidades.

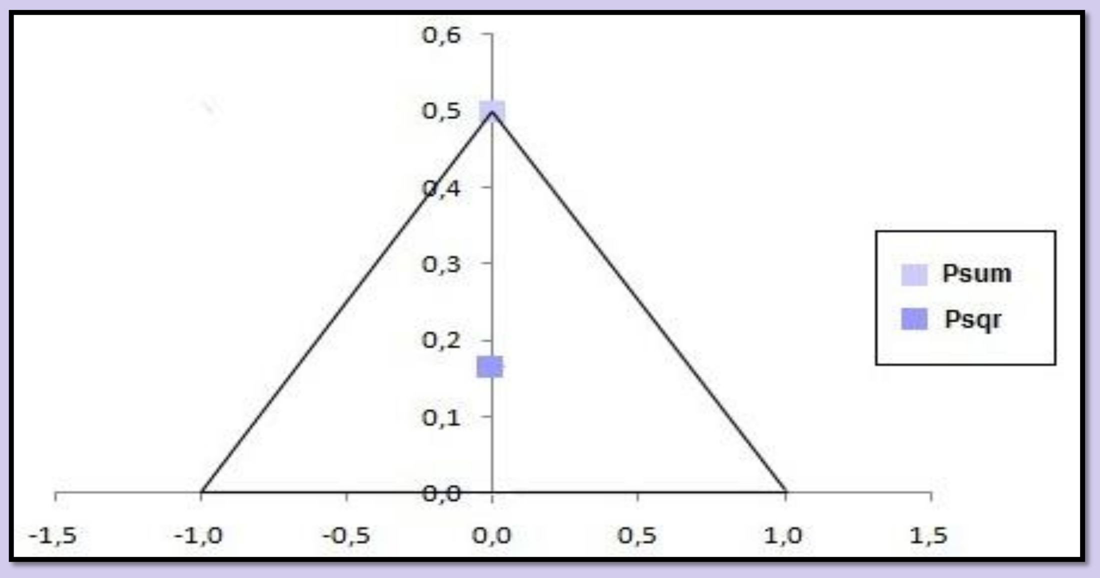

Figura 2: pontos ótimos.

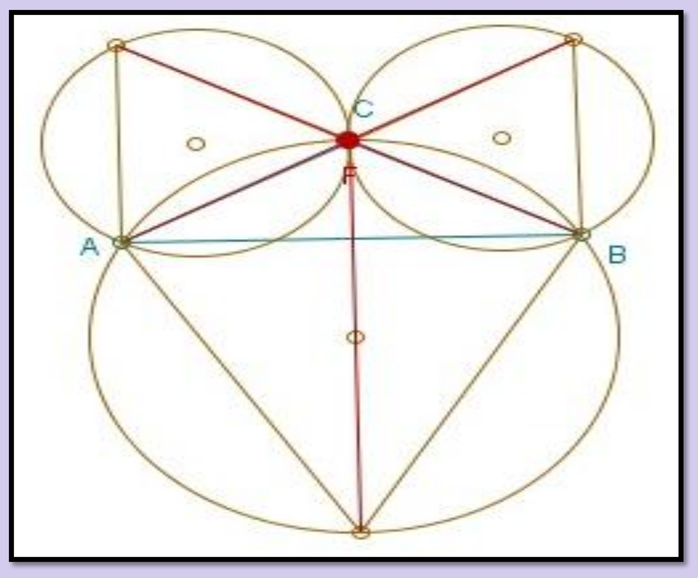

Figura 3: ponto de Fermat.

O ponto de Fermat pode ser encontrado com intersecção das retas que unem os vértices livres dos triângulos construídos externamente ao vértice oposto do triângulo [ABC] ou dos circuncírculos dos triângulos.

2.2.2. Problema da molécula.

Dado um conjunto S que contém os N átomos de uma molécula, o problema é determinar a localização bidimensional destes átomos de modo a minimizar a distância entre eles em S.(Ver figura abaixo)

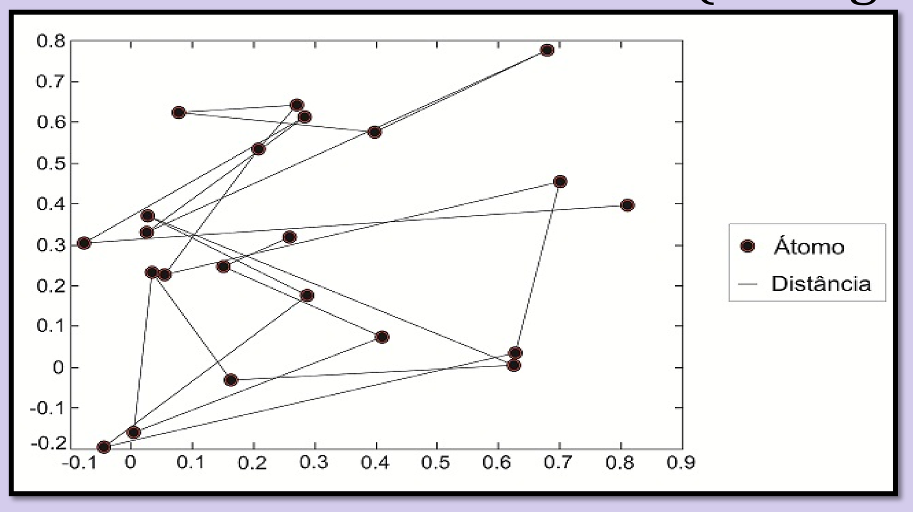

Figura 4: localização ótima dos átomos.

3. Conclusão

A utilização de métodos numéricos para a otimização nesses problemas é muito interessante, uma vez que conseguimos obter os resultados desejados de forma rápida e consistente, principalmente quando se tornam mais complexos.