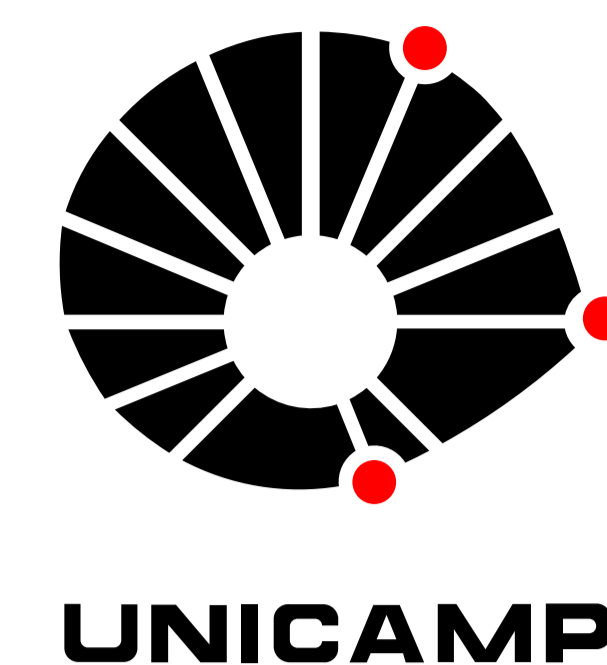


Estudo de caso para um problema de localização-alocação: análise comparativa entre um modelo não linear geral versus modelo das p-medianas com e sem relaxação Lagrangiana



Marina Lima Morais¹, Sandra Augusta Santos²
 Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica
 Universidade Estadual de Campinas, 13083 - 859, Campinas - SP, Brasil
¹ marina@ime.unicamp.br ² sandra@ime.unicamp.br



INTRODUÇÃO

Este trabalho investigou a solução de um problema de localização-alocação baseado em um exemplo que supõe a existência de m destinatários com localização e demanda conhecidas, sendo esta suprida por n instalações centrais, cuja capacidade também é conhecida [1]. Nosso objetivo foi determinar a quantidade e a melhor localização para núcleos de armazenamento que recebem a produção agrícola de diferentes fazendas e alocá-los de maneira a minimizar o custo de transporte, baseado nos valores da produção de uma cooperativa de produtores de café [2]. O problema foi resolvido utilizando três modelagens amplamente utilizadas e os resultados comparados entre si e com a alocação real da cooperativa.

METODOLOGIA

Como um problema não linear geral, consideramos a distância d_{ij} da i -ésima Instalação Central (IC) ao j -ésimo destinatário, a capacidade c_i , o número w_{ij} de unidades de transporte entre tais instalações e a demanda r_j do destinatário j [3]. O problema das p-medianas é um problema de programação inteira, em que definimos ξ_{ij} uma variável binária de alocação que representa a existência ou não de um fornecedor nas proximidades de cada destinatário e $W_{ij} = w_i d_{ij}$ é uma função da distância entre as IC's e o número de unidades transportadas. Para o problema das p-medianas com relaxação Lagrangiana, combinamos a técnica de relaxação com a de otimização por subgradientes [4]. Nos três tipos de modelagens consideramos $i = 1, \dots, n$ IC's e $j = 1, \dots, m$ destinatários e a função objetivo minimiza o custo espacial, embora haja diferenças nesta em cada modelagem.

MODELOS

- **Problema não linear geral**
 Considera a utilização da IC:

$$\begin{aligned} \min : z &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m w_{ij} d_{ij} \\ \text{sa} : \quad &\sum_{j=1}^m w_{ij} \leq c_i; \\ &\sum_{i=1}^n w_{ij} = r_j; \\ &w_{ij} \geq 0. \end{aligned}$$

- **Problema das p-medianas**
 Considera a utilização e a existência da IC:

$$\begin{aligned} \min : z &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m W_{ij} \xi_{ij} \\ \text{sa} : \quad &\sum_{i=1}^n \xi_{ij} = 1; \\ &\sum_{i=1}^n \xi_{ii} = p; \\ &\sum_{i=1}^n \xi_{ij} = r_j; \\ &\xi_{ij} \leq \xi_{ii}; \\ &\xi_{ij} \in \{0, 1\}; \end{aligned}$$

em que p é um inteiro dado, relacionado ao vértice V_p , no qual há uma localidade.

- **P-medianas com relaxação Lagrangiana**
 Considera a utilização e a existência da IC, com um dado fator *surrogate* $t \geq 0$ [5], que determina o tamanho do passo, e um vetor de multiplicadores de Lagrange $\lambda \in \mathbb{R}_+^n$:

$$\begin{aligned} \min : \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} (W_{ij} - t\lambda_j) \xi_{ij} + \sum_{j \in N} \lambda_j \\ \text{sa} : \quad \xi_{ij} \in \{0, 1\}; \\ t \geq 0. \end{aligned}$$

em que N é o conjunto de soluções viáveis, no caso, as localidades.

CONCLUSÃO

Realizamos o estudo da alocação de núcleos de armazenamento de café, modelado como um problema de p-medianas com relaxação Lagrangiana, para comparar com os resultados previamente obtidos quando modelamos o mesmo caso como um problema não linear geral e um problema de p-medianas, em que havíamos conseguido alocar somente 5 núcleos, ao passo que a cooperativa alocou 9. Com a relaxação Lagrangiana, conseguimos a alocação de 9 núcleos, uma vez que a complexidade computacional dos algoritmos utilizados é menor. Os núcleos foram alocados de maneira semelhante ao feito pela cooperativa, de uma forma em que eles são melhor aproveitados.

REFERÊNCIAS

- [1.] LIMA, M.M.; SANTOS, S.A. Santos, **Análise Comparativa para o Problema de Localização-Alocação: Modelo Não Linear Geral Versus Modelo das P-Medianas com Variáveis Inteiras - Um Estudo de Caso.**, Relatório Técnico, IMECC-Unicamp, 2011.
- [2.] Cooxupé, **Cooperativa Regional dos Cafeicultores em Guaxupé (MG) - LTDA**, 2010.
- [3.] BAZARAA, M.S.; SHERALI, H.D. **Nonlinear Programming: Theory and Algorithms**, John Wiley, 1993.
- [4.] BEASLEY, J.E.; **Lagrangian heuristics for location problems.**, European Journal of Operational Research, 65(3):383-399, 1993.
- [5.] GLOVER, F.; **Surrogate constraints.**, Operational Research, 16:741-749, 1968.

RESULTADOS

As soluções foram encontradas utilizando os comandos **fmincon** e **bintprog** do MATLAB, para os problemas não-linear geral e das p-medianas, respectivamente, bem como os diferentes algoritmos utilizados por estes comandos. Para o problema de p-medianas com relaxação Lagrangiana, utilizamos uma combinação das rotinas **ksrelax** e **fgoalattain** do MATLAB, que possibilitou a alocação de um número maior de núcleos. Resolvemos o problema utilizando as normas Euclidianas e do taxista, apresentamos os resultados numéricos obtidos, ou seja, os valores de latitude e longitude para a melhor alocação da unidade de armazenamento e a quantidade destas, e comparamos com a alocação realizada pela cooperativa [2].

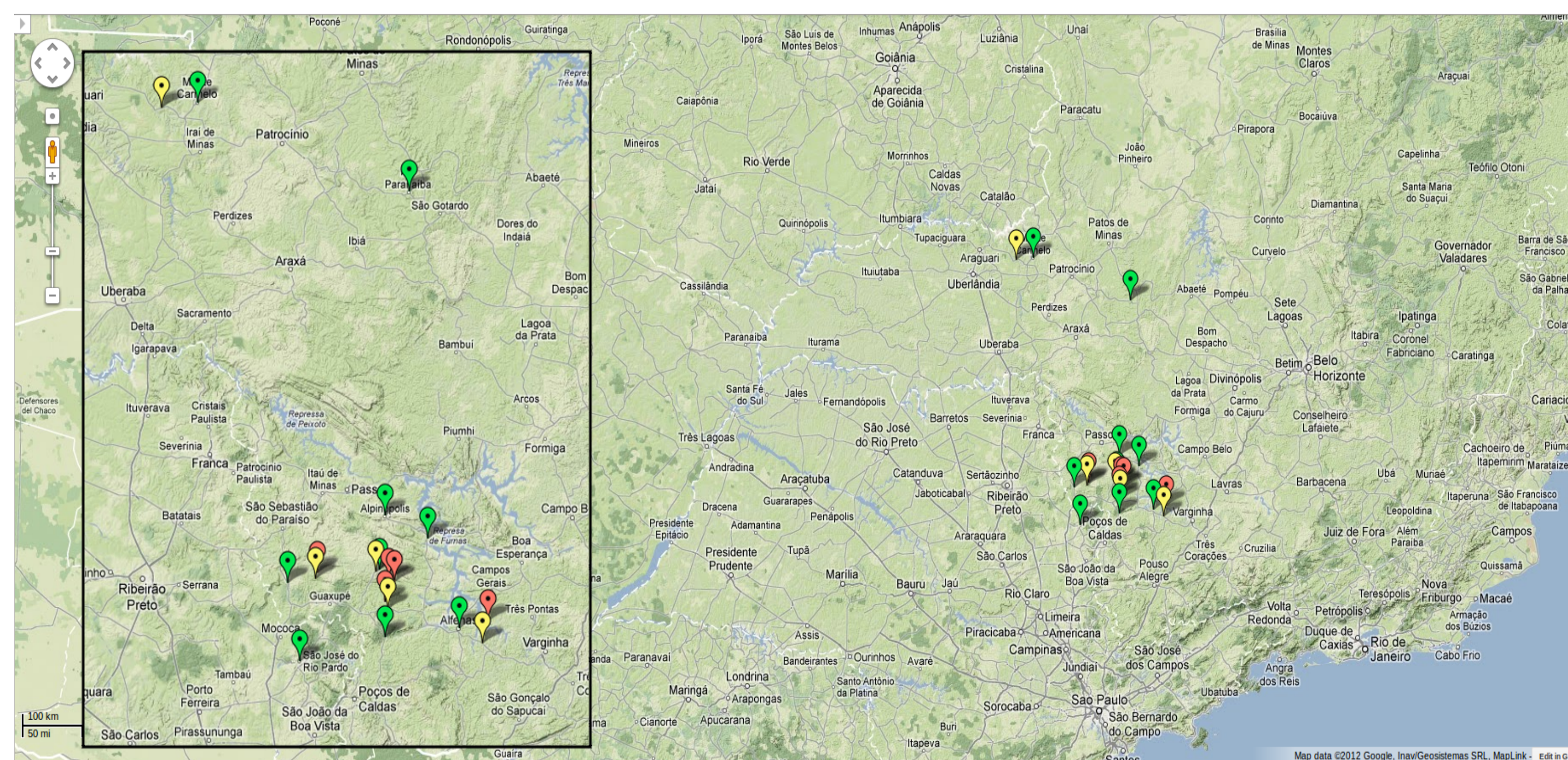


Figura 1: Localização dos nove núcleos alocados pela cooperativa (verde) e dos cinco núcleos alocados usando programação não linear geral (vermelho) e p-medianas (amarelo).

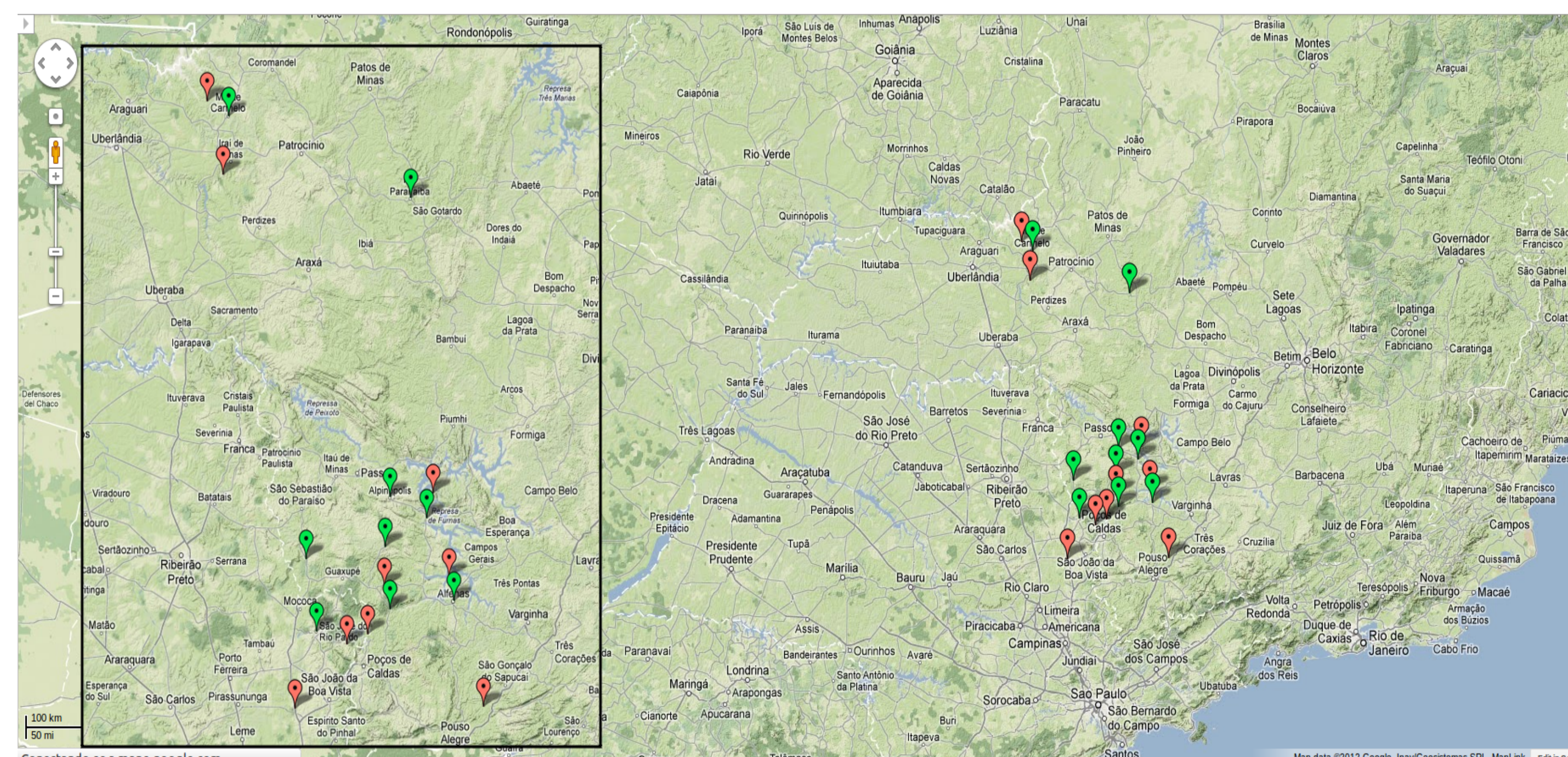


Figura 2: Localização dos nove núcleos alocados pela cooperativa (verde) e dos nove núcleos alocados utilizando programação como p-medianas com relaxação Lagrangiana (vermelho).