

## INTRODUÇÃO

Os conceitos fundamentais do Método dos Elementos Finitos (FEM – Finite Element Method) foram desenvolvidos durante mais de 150 anos, mas é em 1960 que usou-se pela primeira vez o termo “Elementos Finitos.

O método dos elementos finitos é utilizado na resolução de equações diferenciais parciais em domínios finitos. Através de uma discretização dos domínios originais contínuos dos problemas físicos obtém-se sistemas de equações lineares que, em geral, são dispersos e, portanto, de fácil resolução – estas últimas podem ser encontradas utilizando-se técnicas eficientes. É um método preciso e flexível, pois permite analisar estruturas com domínios arbitrários (em particular, geometrias curvas). Além disso, como o método gera matrizes esparsas que são resolvidas de maneira eficiente, há otimização dos recursos computacionais, pois o esforço computacional e o tempo de processamento são diminuídos. [3]

## ANÁLISE TEÓRICA

### • Formulação de Galerkin [1]

O método de Galerkin não requer a existência de um funcional. Ele utiliza diretamente a equação diferencial que descreve o problema a ser analisado.[1] Quando  $W \neq V$  essa expressão é denominada Petrov-Galerkin. Se  $W = V$  temos a formulação de Galerkin propriamente dita.

Sendo assim, e considerando  $W = V$ , temos:

$$\text{Achar } u = \tilde{u} \text{ em } V(\Omega) \mid \langle R\tilde{u}, w \rangle = 0 \forall w \in V(\Omega)$$

### • Formulação Variacional (Rayleigh-Ritz) [1]

No método de Rayleigh-Ritz, a função supostamente exata é substituída por uma função aproximada, formada por uma combinação linear por funções. [2]

$$F(u) = \frac{1}{2} \langle Lu, u \rangle - \frac{1}{2} \langle u, f \rangle - \frac{1}{2} \langle f, u \rangle$$

### • Elementos Finitos 2D [1, 2]

Chega-se em um sistema de equações, que pode ser escrito na forma matricial  $[K]\{\phi\} = \{b\}$  (15), com  $K$  e  $b$  obtidos da mesma maneira que na equação  $[k]\{c\} = \{b\}$ , mas com outras fórmulas para o cálculo de  $K_{ij}$  e  $b_i$ .

### • Elemento Finito Triangular

A intenção é analisar a propagação da luz na fibra óptica bidimensional, então se deve encontrar soluções para a equação da onda estabelecendo as devidas condições de contorno.[3]

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\epsilon(\mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) \right) = \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 \mathbf{H}(\mathbf{r})$$

Aproxima-se a função desconhecida dentro de cada elemento assim que o domínio for discretizado. A partir de então, o método gera as matrizes cujas soluções numéricas são encontradas[3].

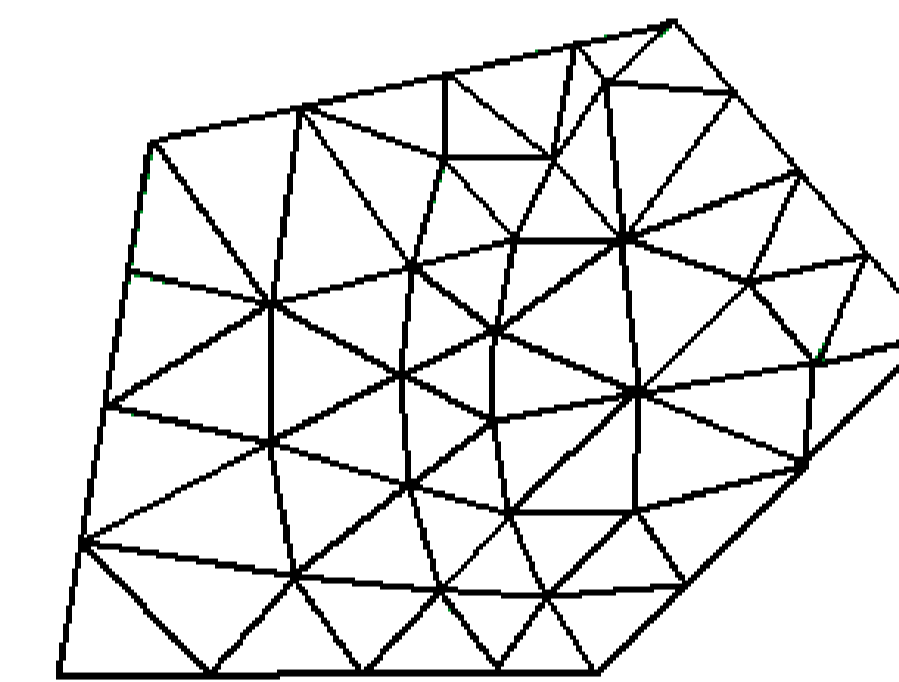


Figura 1 – Divisão do domínio em elementos triangulares no FEM 2D.

## RESULTADOS

De início, a subdivisão de elementos triangulares são aplicados em um elemento circular, formando uma malha através de funções exatas. As condições de contorno são aplicadas na superfície da fibra óptica. Veja a figura abaixo.

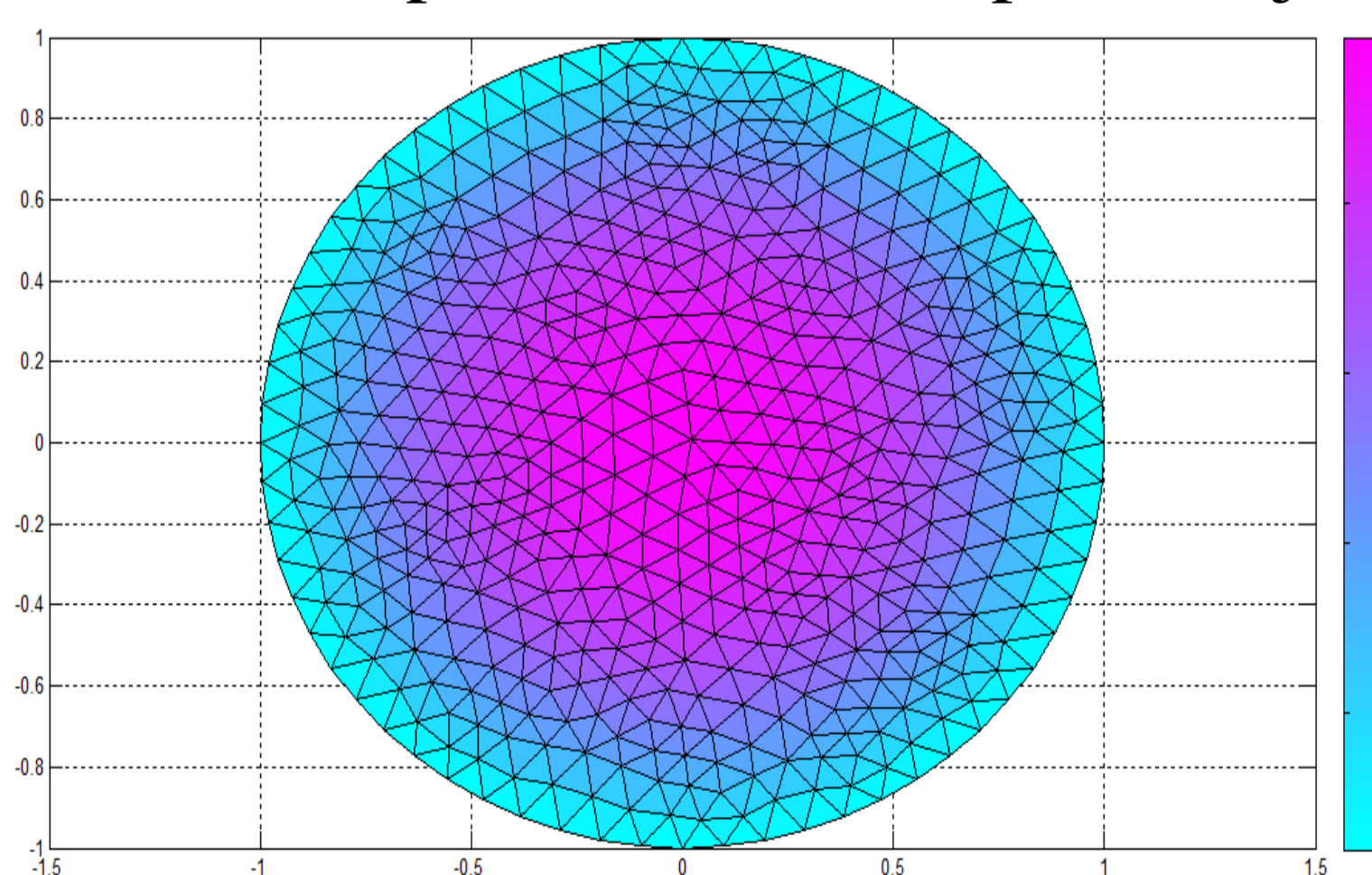


Figura 2. Representação de malha triangular de um elemento circular.

De início, a subdivisão de elementos triangulares são aplicados em um elemento circular, formando uma malha através de funções exatas. As condições de contorno são aplicadas na superfície da fibra óptica. Veja a figura abaixo.

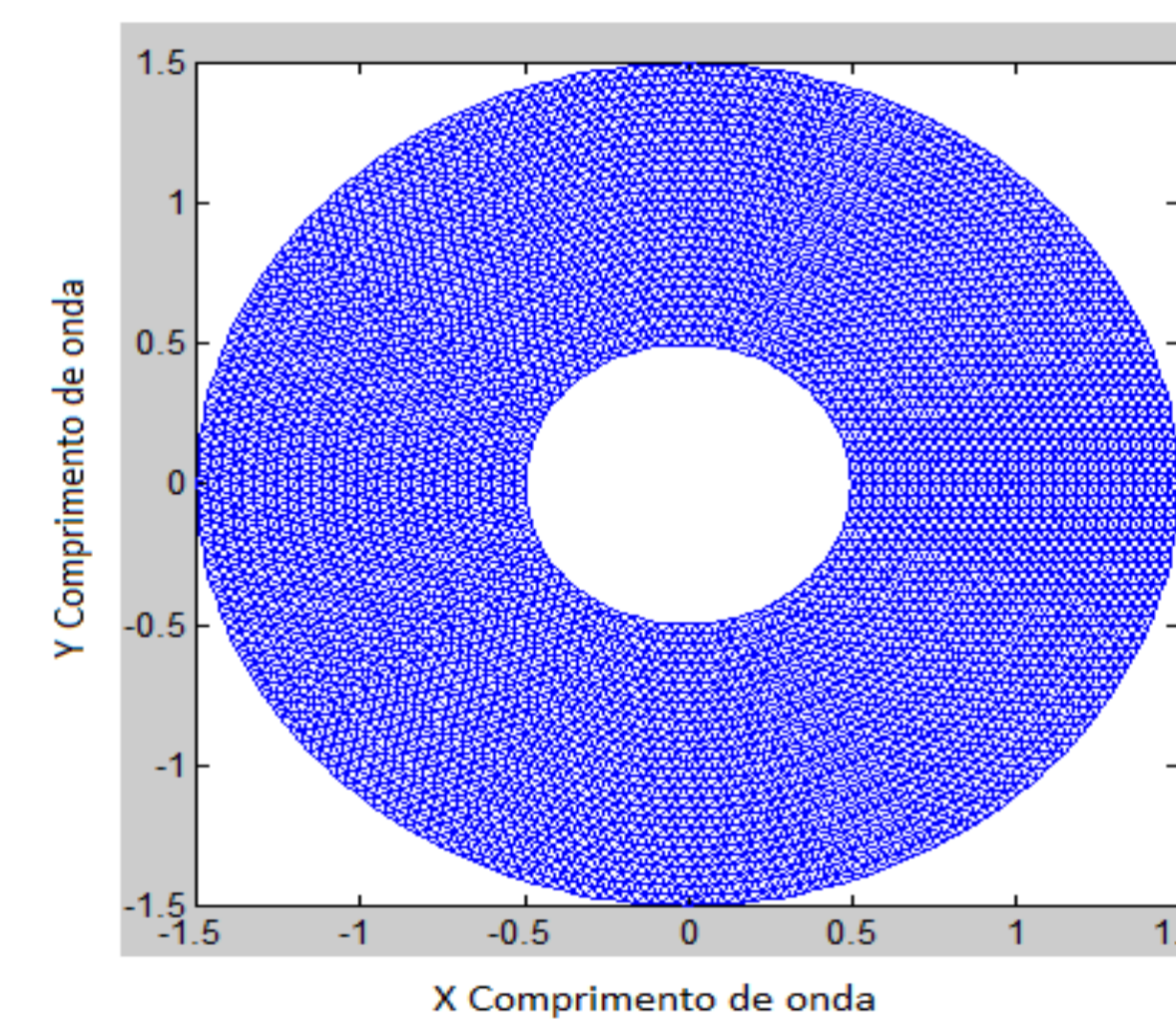


Figura 3. Fibra representada por elementos triangulares.

## CONCLUSÃO

O cálculo analítico dos campos eletromagnéticos faz-se necessário e decisivo, portanto, o uso de métodos numéricos eficientes como o método de diferenças finitas (MDF) que em geral está limitado ao uso de malhas. O método dos elementos finitos (MEF) que se destaca de maneira incontestável, devido à sua capacidade de discretizar geometrias de contornos curvos de forma mais eficiente que o MDF, limitando o tratamento a domínios unidimensionais e bidimensionais. Para a simulação foi desenvolvido códigos em linguagem MATLAB. Desta forma, verificou-se a eficácia da técnica, a aplicação e versatilidade quanto às fibras.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Hugo E. Hernández Figueroa, Material de estudo do curso “FT007 Eletromagnetismo Aplicado”.
- [2] Aloísio Ernesto Assan, “Método dos Elementos Finitos: Primeiros Passos”, Editora Unicamp. 2008.
- [3] Fabíola Azanha Quinónez: Cristais Fotônicos 2D: Projeto e Fabricação, 2006, Campinas – SP.
- [4] Álvaro F. M. Azevedo: Métodos dos elementos Finitos – Abril de 2003, Portugal.