



ANÁLISE DINÂMICA DO FITZHUGH-NAGUMO

Autores: Rafael Culber Marques da Cunha, Luís Francisco Pinotti

e-mails: rafael.cunha00@gmail.com, luisfpinotti@gmail.com

Co-Autor: Prof. Dr. Diogo Coutinho Soriano (CECS/UFABC)

Orientador: Prof. Dr. Romis Attux

Departamento de Engenharia de Computação e Automação Industrial (DCA)

Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação (FEEC)

Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP)

Palavras-chave: Modelos Neurais, Sistemas Dinâmicos, Computação Analógica



RESUMO

O estudo de modelos neuronais é um assunto de grande interesse tanto do ponto de vista da análise funcional do sistema nervoso quanto da perspectiva de construção de neurocomputadores que possam, eventualmente, transcender as limitações inerentes ao paradigma digital reinante. Este trabalho se insere no contexto desse estudo: nele, buscaremos caracterizar regimes dinâmicos do modelo neuronal de Fitzhugh-Nagumo através de simulação digital e de simulação analógica baseada num circuito construído especificamente para essa finalidade. A caracterização se dará por meio de ferramentas clássicas como diagramas de bifurcação, análise espectral e cálculo dos expoentes de Lyapunov para diferentes padrões de estimulação.

MODELO DE FITZHUGH-NAGUMO

O objetivo do modelo de FitzHugh-Nagumo é representar conceitualmente e qualitativamente as propriedades matemáticas de excitação e propagação de pulsos eletro-químicos no neurônio causados pelo fluxo de íons sódio e potássio, simplificando as equações do modelo quantitativo de Hodgkin-Huxley. Este modelo usa uma versão modificada da equação de Van der Pol para obter um sistema de equações com duas variáveis de estado representando excitabilidade e refratariedade:

$$\frac{dV}{dt} = V - \frac{V}{3} - W + I$$
$$\frac{dW}{dt} = c \cdot (V + a - b \cdot W)$$

onde V é o potencial de membrana; W é a refratariedade de membrana; I é a estimulação externa; a , b e c são parâmetros do modelo com valores de 0.7, 0.8, e 0.1, respectivamente. As unidades das variáveis de estado e tempo são arbitrarias (u.a.).[1]

SIMULAÇÕES DIGITAIS

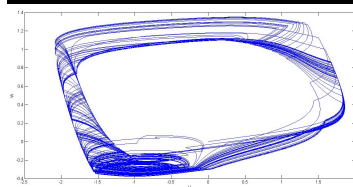


Figura 1: Diagrama de fase associado as variáveis W e V quando o sistema está em regime caótico; $A = 0,65$.

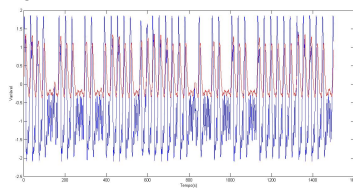


Figura 2: Potencial de membrana e refratariedade da membrana quando o sistema está em regime caótico; $A = 0,65$.

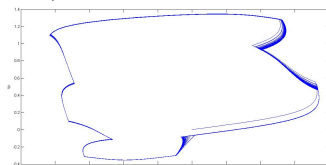


Figura 4

Na Figura 1 observamos o diagrama de fase das variáveis V e W quando o sistema se encontra em comportamento caótico ($A = 0,65$). Nesta figura podemos observar a existência de um atrator estranho associado ao sistema.

Para a realização das simulações digitais resolvemos as equações diferenciais do modelo de FitzHugh-Nagumo para V e W via Método de Euler no MATLAB utilizando um passo de 0,01 e 150000 iterações. O sinal da estimulação externa foi:

$$I = A \cdot \text{square}(\omega \cdot t)$$

onde a função *square* é uma onda quadrada, de frequência ω , variando de 0 a 1.

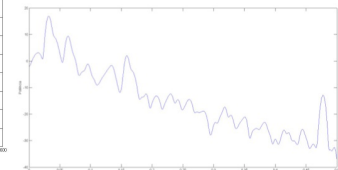


Figura 3: Espectro de potência das frequências do potencial de membrana quando o sistema está em regime caótico; $A = 0,65$.

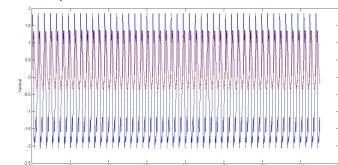


Figura 5

Para efeito de comparação, a Figura 4 representa o diagrama de fase das variáveis V e W quando o sistema está em regime periódico ($A = 0,638$), nela podemos observar um atrator periódico, um ciclo limite para o qual o comportamento do sistema converge. Na Figura 2 observamos o comportamento do potencial de membrana e da refratariedade em regime caótico. Percebe-se a existência de "bursts", isto é, rajadas de disparos de potenciais de ação de forma não periódica, características do comportamento caótico do sistema. Na Figura 5 observamos o comportamento do potencial de membrana e da refratariedade em regime periódico. Percebe-se que não há mais "bursts" de potenciais de ação, mas sim oscilações periódicas.

A Figura 3 representa o espectro de potências de frequências do sistema. Observamos um espectro contínuo também característico de sistemas caóticos.

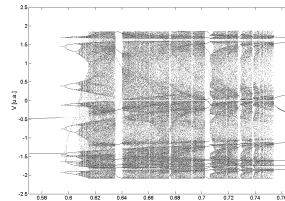


Figura 6: Diagrama de bifurcação do potencial de membrana para diferentes amplitudes do sinal de entrada.

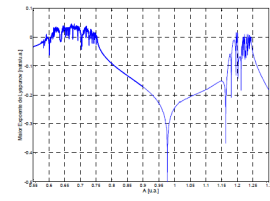


Figura 7: Estimativa do maior expoente de Lyapunov para diferentes valores da amplitude do sinal de entrada.

As Figuras 6 e 7 representam respectivamente o diagrama de bifurcação do potencial de membrana e a estimativa do maior expoente de Lyapunov para diferentes amplitudes do sinal de entrada. Podemos perceber a relação entre o comportamento do sistema e o maior expoente de Lyapunov: Para valores positivos do maior expoente de Lyapunov o comportamento do sistema é caótico, enquanto que para valores negativos o comportamento do sistema tende a um ciclo limite, ou seja, passa a ter comportamento periódico.

COMPARAÇÃO COM SIMULAÇÕES ANALÓGICAS

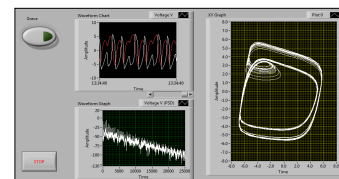


Figura 8: Diagrama de fase das variáveis W e V ; espectro de potência da frequência de uma delas e séries temporais obtidos através de simulações analógicas utilizando um circuito proposto para a análise do modelo de FitzHugh-Nagumo. A profunda semelhança com a Figura 1, diagrama de fase das variáveis V e W obtido via simulação digital, atesta a qualidade do modelo analógico.[2]

REFERÊNCIAS

- [1] Soriano, D.C., Suyama, R., Attux, R.R.F. (2008) "Análise do comportamento dinâmico do modelo de FitzHugh-Nagumo para estímulos não-suaves" 21º Congresso Brasileiro de Engenharia Biomédica.
 - [2] Olivatto, V.B. (2012) "Dinâmica Neuronal e Processamento de Sinais" Relatório Final - Iniciação Científica FAPESP Processo: 2010/19381-6.
- FitzHugh R. (1961), "Impulses and Physiological states in theoretical models of nerve membrane", *Biophysical Journal* Vol.1.