

TÓPICOS EM GEOMETRIA ESPACIAL

Autor: Ferdinando Caíque Genghini Dantas Lobo

Orientador: Marcos Benevenuto Jardim

Unidade: DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, IMECC, UNICAMP

Agência Financiadora: PIBIC / CNPq

Palavras-Chave: Geometria-Espacial-Euclidiana

Introdução:

Como vivemos em um mundo tridimensional, o estudo da geometria plana (em duas dimensões) se torna mais simples e visível do que o estudo da geometria espacial. Isto ocorre porque para o estudo de geometria espacial, na grande maioria das vezes, se recorre ao uso de projeções para representações, o que acaba distorcendo ângulos e dificultando a interpretação de alguns problemas.

No presente projeto, foi realizado um estudo axiomático da Geometria Euclidiana Espacial, através de axiomas, propriedades iniciais, paralelismo de retas, paralelismo de reta e plano, paralelismo de planos, planos paralelos e proporcionalidade, perpendicularismo de reta e plano, planos perpendiculares e esfera.

Metodologia:

O projeto foi dividido em três etapas. Na primeira, foi feita uma revisão de toda Geometria Euclidiana Plana e dos tópicos abordados na disciplina MA520. Na segunda, foi feito um estudo axiomatizado da geometria espacial baseado no livro “Introdução à Geometria Espacial” de Paulo Cezar Pinto Carvalho, visando uma complementação ao curso e o aperfeiçoamento para a Licenciatura em Matemática. A terceira etapa visava um estudo de geometrias não-euclidianas e não foi concretizado devido ao encerramento do projeto antes do previsto inicialmente.

Resultados e Discussão

Consideraremos válidos todos os axiomas da Geometria Euclidiana Plana e postulamos o que segue:

Postulado 1. Por dois pontos do espaço passa uma e somente uma reta.

Postulado 2. Dada uma reta do espaço, existem pontos que pertencem à reta e pontos que não pertencem à reta.

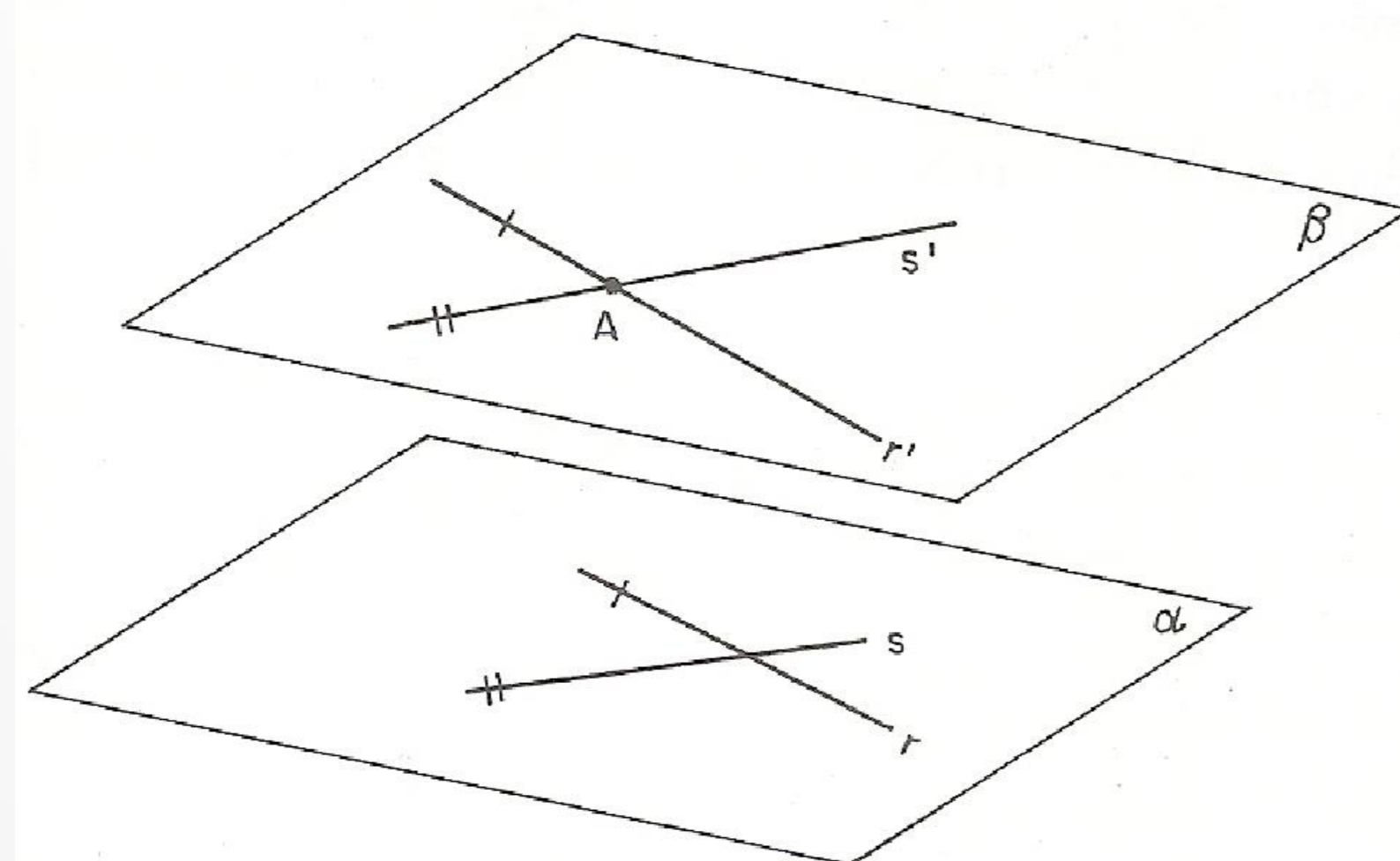
Postulado 3. Por três pontos do espaço não situados na mesma reta passa um e somente um plano.

Postulado 4. Dado um plano do espaço, existem pontos que pertencem ao plano e pontos que não pertencem ao plano.

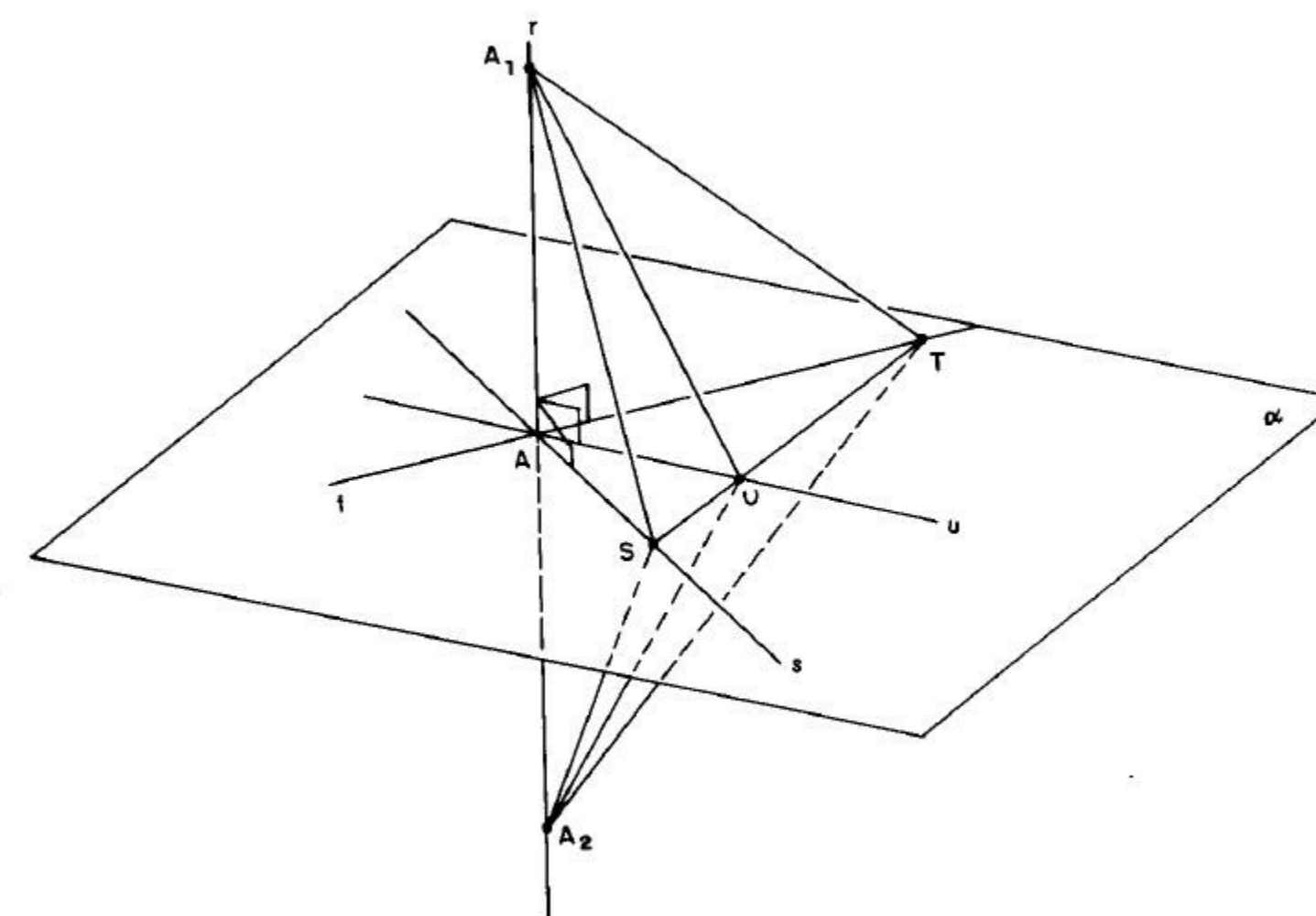
Postulado 5. Se dois planos possuem um ponto em comum, então eles possuem uma reta em comum.

Assumindo esses postulados, podemos demonstrar diversos teoremas e construir novo objetos que antes não eram possíveis apenas com os axiomas da geometria plana.

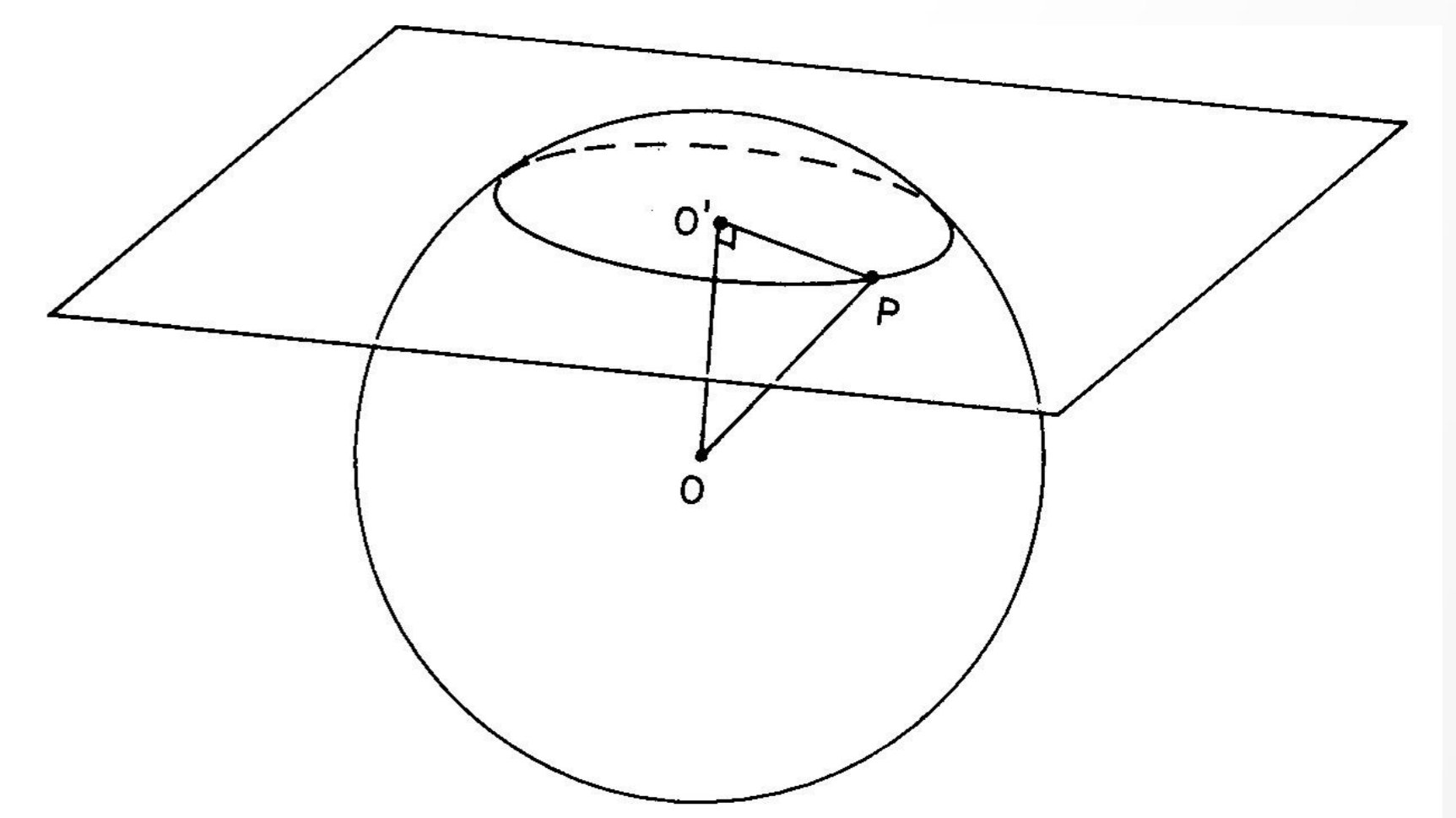
Teorema. Por todo ponto A exterior a um plano dado α passa exatamente um plano β paralelo a α .



Teorema. Se r é uma reta ortogonal a um par de retas concorrentes de um plano α então r é perpendicular a α .



Teorema. A interseção entre um plano α e uma esfera ϵ é vazia, um ponto ou um círculo.



Conclusão:

Os problemas aqui apresentados possuem diversas aplicações na realidade de todas as pessoas, inclusive aquelas que não se dedicam ao estudo da matemática, uma vez que a geometria espacial é a base para as relações de distância do dia a dia. Para o licenciado em matemática, o estudo axiomatizado da Geometria Euclidiana Plana e Espacial é fundamentalmente importante para o domínio dos conteúdos do ensino médio e de sala de aula. Infelizmente, não foi possível a complementação com geometrias não-euclidianas, que estavam previstas para serem estudadas na etapa final do projeto.

Referências Bibliográficas

- Introdução à Geometria Espacial. Paulo Cezar Pinto Carvalho; SBM, 2002.
- Geometria Euclidiana Plana. João Lucas Marques Barbosa; 10ª edição – SBM, 2003.
- A Matemática do Ensino Médio – Volume 2. Lima, E. L.; Carvalho, P. C. P.; Wagner, E. Morgado, A. C.; SBM.