

MODELAGEM E SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA DISPERSÃO DE POLUENTES VIA EQUAÇÃO DE DIFUSÃO-ADVECÇÃO

Lara de A. Danconi¹, Elaine Cristina C. Poletti² (co-orientadora), André F. de Angelis³ (orientador)

L119701@dac.unicamp.br¹, {elainec², andre³}@ft.unicamp.br

UNICAMP – FACULDADE DE TECNOLOGIA

Agência Financiadora: CNPq/PIBITI

Palavras-Chave: Modelagem – Simulação – Dispersão de Poluentes – Equação de Difusão-Advecção



1. Introdução

A questão ambiental tem ganhado cada vez mais importância à medida que cresce a conscientização dos indivíduos sobre a extensão e gravidade dos problemas advindos de alterações ambientais de causas humanas. Uma preocupação que cresce em todo lugar é a conservação e uso sustentável da água, um recurso essencial, mas finito e escasso. A poluição dos rios, lagos e mananciais é um dos fatores que reduz a qualidade e a disponibilidade da água, mesmo considerados países como o Brasil, que possui várias e extensas bacias hidrográficas. Desta forma, entender a dinâmica dos poluentes em cursos d'água é importante para ações de controle e preservação ambiental.

Como forma de aplicação, a Bacia do Ribeirão do Pinhal foi escolhida para o domínio a ser investigado. Está localizada na depressão periférica do Estado de São Paulo é uma sub-bacia do rio Jaguari e pertence ao município de Limeira, sendo um manancial alternativo para este.

Neste trabalho, foram utilizadas ferramentas matemáticas e computacionais, como a Equação de Difusão-Advecção, para avaliar a dispersão de um poluente superficial em meio aquático e a simulação numérica, através dos métodos de elementos finitos e de diferenças finitas, para a discretização, respectivamente, dos domínios espacial e temporal.

Essas ferramentas possibilitaram o desenvolvimento de um modelo de dispersão de substâncias químicas em corpos d'água, fornecendo subsídios para o melhor entendimento desta questão e para a execução de medidas de resguardo e manejo de recursos hídricos.

2. Metodologia

Os métodos utilizados na modelagem da simulação do rio foram a Equação de Difusão-Advecção, com o propósito de calcular a concentração do poluente em cada ponto do curso d'água, a discretização espacial através do Método de Elementos Finitos e a discretização temporal através do Método de Diferenças Finitas.

A concentração do poluente foi estabelecida como a quantidade de matéria existente em um determinado ponto do plano, num dado instante, simbolizado por $c(x, y, t)$.

A variação dessa concentração é descrita pelos fenômenos microscópicos ligados aos conceitos de fluxo e conservação e pelos fenômenos macroscópicos ligados ao de balanço de massa. Para um melhor entendimento, a Figura ao lado representa a Bacia do Ribeirão do Pinhal com os fluxos envolvidos.

Onde: $\frac{\partial c}{\partial t} = \text{difusão} - \text{transporte} - \text{decaimento} + \text{fonte}$

Devido a Bacia do Ribeirão do Pinhal ser muito mais extensa que larga e profunda, foi adotado o caso unidimensional para estudo da dispersão dos poluentes. Desta forma, a equação torna-se:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - \frac{\partial c}{\partial x} V - \sigma c + f$$

Os valores desta equação são dependentes de tempo e são dados por funções geralmente descontínuas e não-lineares. Sua solução é no mínimo C^2 , espaço onde as funções além de serem contínuas, suas derivadas segundas também devem ser contínuas, de forma que uma resolução analítica é inviável. Diante disto, a solução do problema passa a ser obtida por métodos numéricos, com o método de elementos finitos para a discretização do domínio espacial do problema.

$$\sum_{i=1}^n c_j \left\{ \alpha \int_0^H \varphi_j' \varphi_i' dx + V \int_0^H \varphi_j \varphi_i dx + \sigma \int_0^H \varphi_j \varphi_i dx \right\} = \int_0^H f \varphi_i dx$$

Com a formulação variacional calculada, foi possível realizar a construção da matriz de rigidez. Nesta, utilizam-se valores em sua diagonal principal, secundária inferior e secundária superior.

$$M_{ij} = \int \varphi_j' \varphi_i' \int \varphi_j \varphi_i \int \varphi_j \varphi_i$$

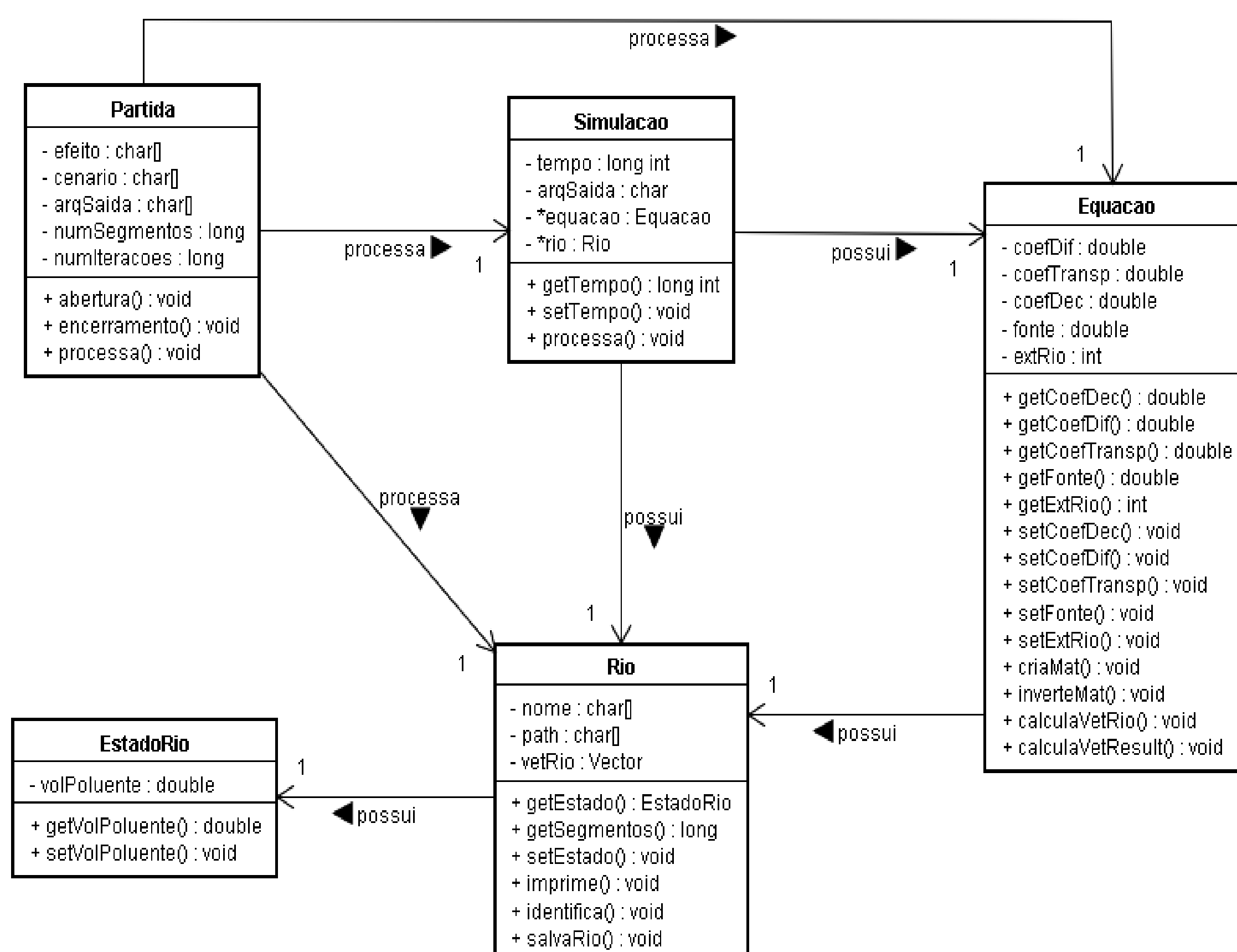
Considerando M_{ij} com valor zero, sempre que $|i - j| \gg 2$, sendo i a linha e j a coluna.

Equações das Diagonais:

Secundária inferior: $M_{i, i-1} = \frac{-\alpha}{\Delta x} - \frac{V}{2} + \frac{\sigma \Delta x}{6}$ Principal: $M_{i, i} = \frac{2\alpha}{\Delta x} + \frac{2\sigma \Delta x}{3}$ Secundária superior: $M_{i, i+1} = \frac{-\alpha}{\Delta x} + \frac{V}{2} + \frac{\sigma \Delta x}{6}$

3. Resultados e Discussão

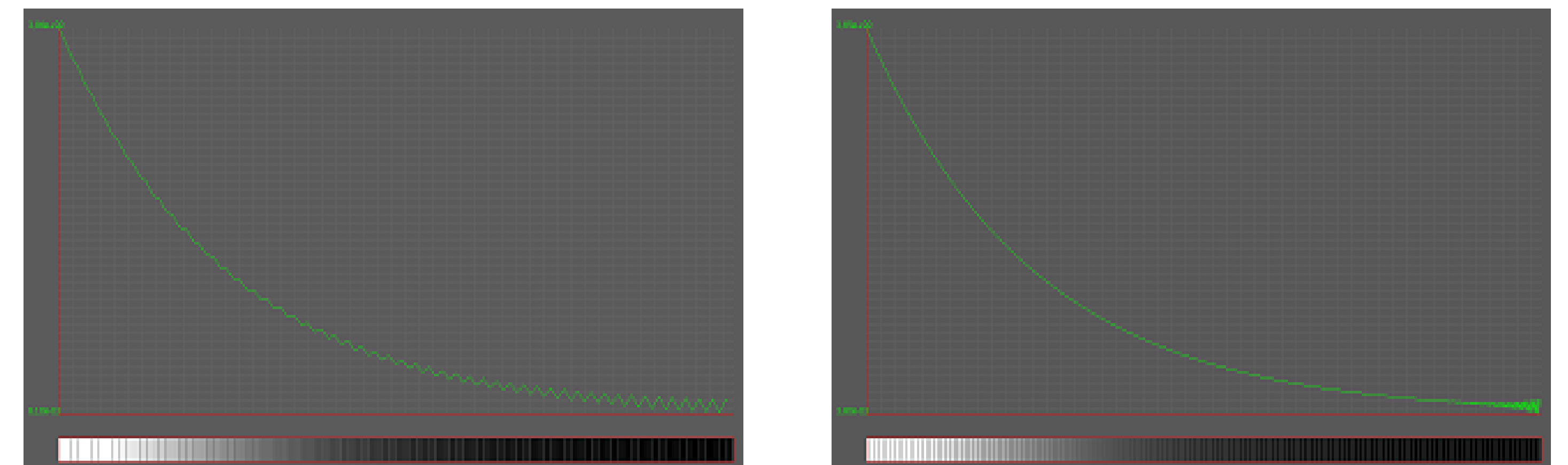
Com os métodos matemáticos e a arquitetura do software definidos, foi desenvolvido o SDP. Este software é entendido melhor através do seguinte Diagrama de Classes, que ilustra todas as classes utilizadas no sistema, com seus atributos e operações e seus relacionamentos.



Para validar o sistema, foram realizadas diversas simulações. Em uma dessas simulações-teste foram utilizados os parâmetros de operação listados na tabela a seguir:

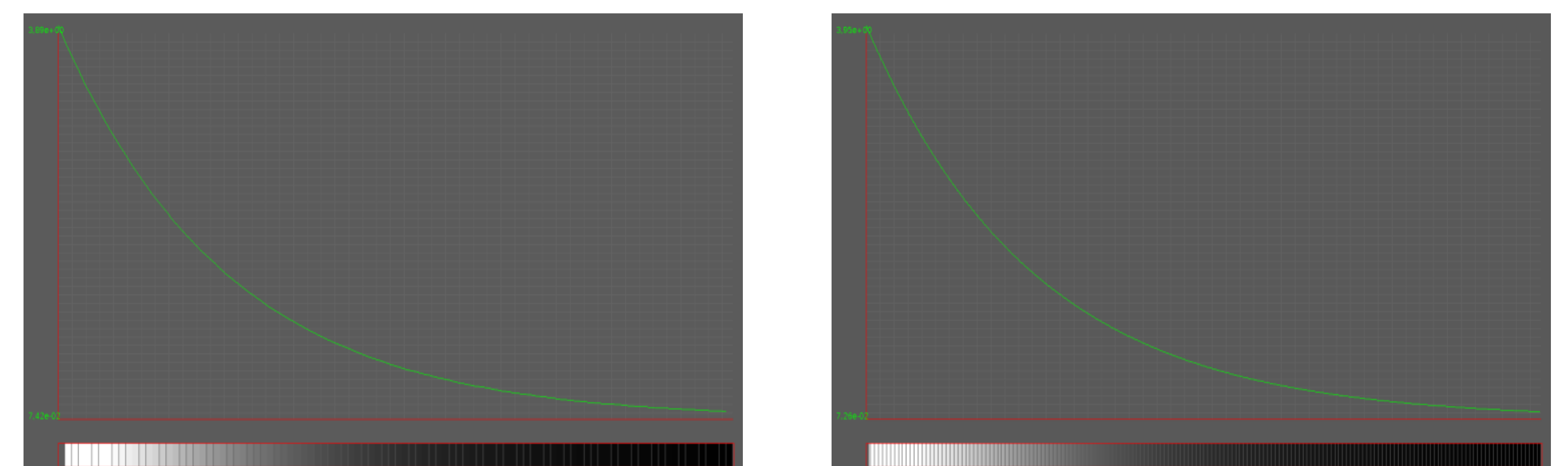
Parâmetro	Valor
Coefficiente de Difusão (alfa)	0.005 m ² /s
Coefficiente de Transporte (V)	0.500 m/s
Coefficiente de Decaimento (Sigma)	0.001 s ⁻¹
Fonte	1.0
Extensão do Rio	2000 m

Com esses parâmetros foram realizadas simulações, alterando o número de segmentos em que o rio foi dividido: 100, 250, 500, 750 e 1000 segmentos. Para uma melhor visualização, os resultados dos cálculos foram transformados nos seguintes gráficos.



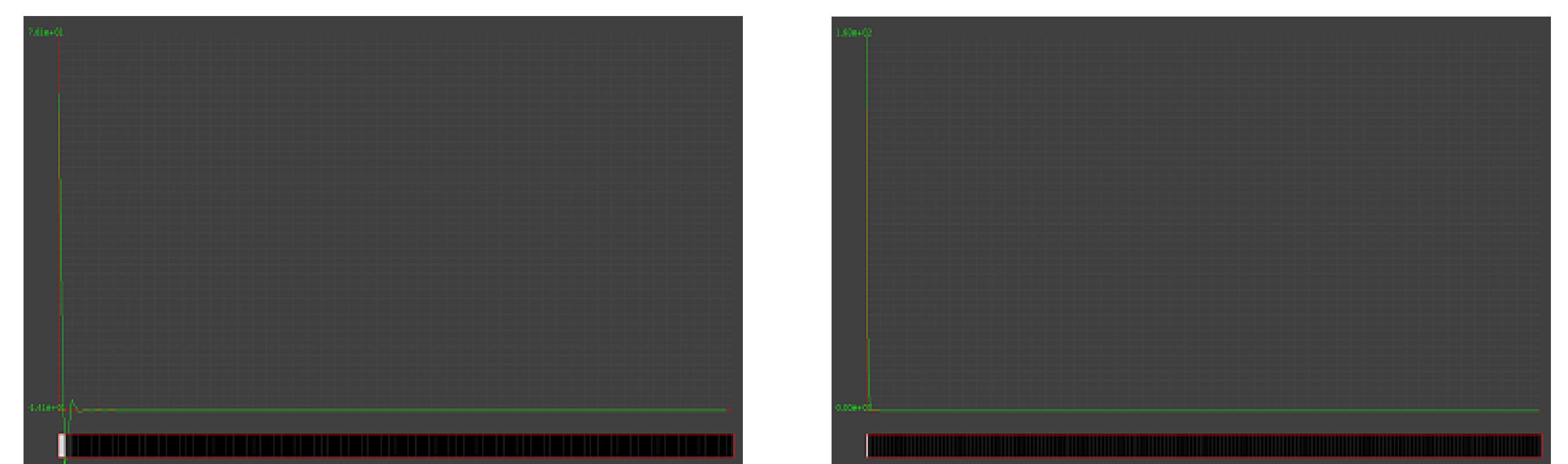
Pode-se notar que a concentração do poluente é menor quanto mais longe estiver o segmento da fonte poluidora. Entre os gráficos é possível observar que a precisão do cálculo aumenta devido a uma maior divisão do rio, ou seja, quando o número de segmentos é 1000. Através de outros testes entendeu-se o motivo das oscilações no final da curva: havia uma inconsistência de cálculo na geração da matriz de rigidez usada no software.

Alterando o sistema foi possível verificar a mudança, ilustrada nos gráficos abaixo.



O valor de 0.5 m/s, equivalente a 18 km/h, utilizado na simulação anterior não condiz com o cenário de um reservatório, onde a água é praticamente parada. No entanto, em uma nova simulação foi considerado o valor de 0.0013m/s para aproximar com os valores reais da bacia do Ribeirão do Pinhal, este valor foi extraído de medições efetuadas na segunda semana de junho de 2013 no local. (Dados fornecidos pela professora Elaine)

A Figura a seguir contém os gráficos das simulações realizadas com dados reais, considerando os dados ilustrados na Tabela anterior, alterando o Coeficiente de Transporte para 0.0013m/s e considerando apenas uma parte do Pinhal, os 2000m.



4. Conclusões

Este trabalho apresentou algumas soluções com o propósito de prevenir e amenizar impactos ambientais ocasionados por dispersão de poluentes em rios. Foi criado uma modelagem matemática, um simulador e o visualizador que são capazes de simular cenários de acidentes, e dessa forma, auxiliar nas estratégias de prevenção, combate e principalmente na contenção a práticas de dispersão de poluentes. Através destas soluções, é possível prever melhor a dinâmica da dispersão de poluentes líquidos em cursos d'água, de modo a permitir algum grau de previsibilidade e a avaliação dos efeitos dos contaminantes quando lançados em rios.

5. Referências Bibliográficas

CANTÃO, R. F. *Modelagem numérica de derrames de óleo no Canal de São Sebastião*. Dissertação de mestrado. Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica. Universidade Estadual de Campinas, 1998.

GIACCHINI, B.L. *Uma breve introdução ao Método dos Elementos Finitos*. Instituto de Ciências Exatas. Universidade Federal de Minas Gerais, 2012.

POLETTI, E. C. C. *Dispersão de Poluente em Sistema de Reservatório: Modelagem Matemática e Simulação Computacional utilizando-se Aproximação Numérica e Conjuntos Fuzzy*. Tese de doutorado. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação – Unicamp, 2009.