



Análise da volatilidade de ativos brasileiros utilizando modelos da família ARCH

Bolsista: Rafael de Senne Garcia (RA: 121290)
r.sennegarcia@gmail.com

Palavras-Chave: volatilidade - modelos ARCH - séries de retornos financeiros

Orientadora: Profa. Dra. Ivette Luna Huamani
Financiador do Projeto: PIBIC/ CNPq

Introdução

Dada a crescente importância do mercado de capitais no cenário econômico brasileiro, tanto nas carteiras dos investidores institucionais, bem como forma de financiamento das empresas, este trabalho buscou estudar e comparar alguns dos principais modelos usados na mensuração e previsão do risco dos ativos financeiros. Foram analisados os modelos de volatilidade condicional ARCH e GARCH através da qualidade do ajuste e do poder preditivo de cada um deles. As séries foram escolhidas de modo a diversificar o perfil de risco dos ativos: as cotações das empresas Sabesp e Gerdau e o índice do preço da soja.

Metodologia

Num modelo ARCH (p), criado por Engle em 1982, a variância estimada no instante "t" depende das "p" defasagens dos erros quadrados, que servem de *proxi* para a variância, e o processo de estimação dos p coeficientes é Ad Hoc, ou seja, são realizadas várias simulações sequenciais, adicionando uma defasagem a cada nova simulação, até que o último coeficiente seja estatisticamente insignificante ou inconsistente.

$$\text{ARCH (p): } \sigma_t^2 = \alpha + \beta_1 * u_{t-1}^2 + \beta_2 * u_{t-2}^2 + \dots + \beta_p * u_{t-p}^2(\dots) + \varepsilon_t$$

σ_t^2 = variância condicional; α = constante; β_i = intercepto i; u_{t-i}^2 = resíduos quadrados no instante t-i

Já o modelo GARCH (p, q), desenvolvido por Bollerslev (1986), pode ser obtido aplicando uma transformação de Koyck no modelo ARCH, sob a hipótese de que a contribuição das p defasagens decai geometricamente à uma taxa lambda. Desse modo, a variância passada é introduzida no cálculo da variância, o que alonga a memória do modelo.

$$\text{GARCH (p, q): } \sigma_t^2 = \alpha * (1 - \lambda) + \sum_{i=1}^p \beta_i * u_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \lambda_j * \sigma_{t-j}^2 + \varepsilon_t$$

σ_t^2 = variância condicional; α = constante; β_i = intercepto i; λ = taxa de decaimento lambda; u_{t-i}^2 = resíduos quadrados no instante t-i; ε_t = erro no instante t

Dados

As cotações foram todas coletadas dos sites das instituições de origem, e confirmou-se que eram integradas de ordem 1, portanto decidiu-se usar os seus retornos. Sobre essas séries de retorno foram aplicados testes de heterocedasticidade e de normalidade de resíduos. Os resultados comprovaram a heterocedasticidade e o fenômeno de aglomeração de volatilidade, o que justificou a utilização de modelos ARCH.

A partir dessas novas séries, aplicou-se modelos auto regressivos de médias móveis (ARMA), que servem para descrever e prever séries temporais estacionárias ou cointegradas e são assim chamados pois podem conter uma parte auto regressiva de ordem "p" – que são as defasagens da própria variável endógena – e outra parte de médias móveis de ordem "q" – as defasagens dos resíduos. Como o objeto desse trabalho é modelar a volatilidade das séries, esses modelos foram usados meramente para a obtenção dos erros, que são necessários aos modelos ARMA-GARCH.

Para a identificação dos modelos ARMA, utilizou-se basicamente as funções de auto correlação e auto correlação parcial das séries de retorno. Os retornos da Sabesp e Gerdau não apresentaram nenhuma correlação significativa, portanto foram modeladas apenas como flutuações em torno de uma média constante – logo sem nenhum termo AR nem MA. Os retornos do índice de soja, por sua vez, tiveram apenas uma defasagem significativa e diferente de zero. Assim, foi descrita como um processo AR(1).

Por fim, na identificação dos modelos ARCH e GARCH foram usadas 4 medidas de qualidade do ajuste: soma dos erros quadrados (SSE), erro quadrado médio (MSE), erro absoluto médio (MAE) e o erro previsto absoluto médio (MAPE), sendo que o melhor modelo, segundo este critério, é o apresenta os menores índices.

Resultados

Ao lado apresentam-se a tabela contendo apenas os melhores resultados para cada série bem como os gráficos de variância (cruzes azuis) e variância prevista para o período seguinte t+1 (cruzes vermelhas) para as últimas 400 observações, respectivamente (de cima para baixo) da Sabesp, da Gerdau e do índice da soja. Como se pode ver, os modelos GARCH (1,1) foram muito eficientes na previsão da volatilidade da Gerdau e da soja. A previsão do modelo ARCH (1) fora da amostra não acompanhou tão de perto a variância da Sabesp observada dentro da amostra, mas ainda assim teve o melhor desempenho dentre os estudados, para essa série de retorno.

Referências bibliográficas

- Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation, *Econometrica* 50(4): pp. 987-1007.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity, *Journal of Econometrics* 31(3): 307-327.

Tabela 1 – Medidas de desempenho para os conjuntos dentro e fora da amostra.

		SSE	MSE	MAE	MAPE
Dentro da amostra	Sabesp: ARCH (1)	1,729	0,0006	0,019	104,6
	Gerdau: ARCH (1)	1,81	0,0008	0,02	814,8
	Soja: GARCH (1,1)	0,327	0,0001	0,008	134,3
Fora da amostra	Sabesp: ARCH (1)	1,438	0,0006	0,018	107,7
	Gerdau: GARCH (1,1)	1,605	0,0008	0,02	1018
	Soja: GARCH (1,1)	0,302	0,0001	0,008	133,8

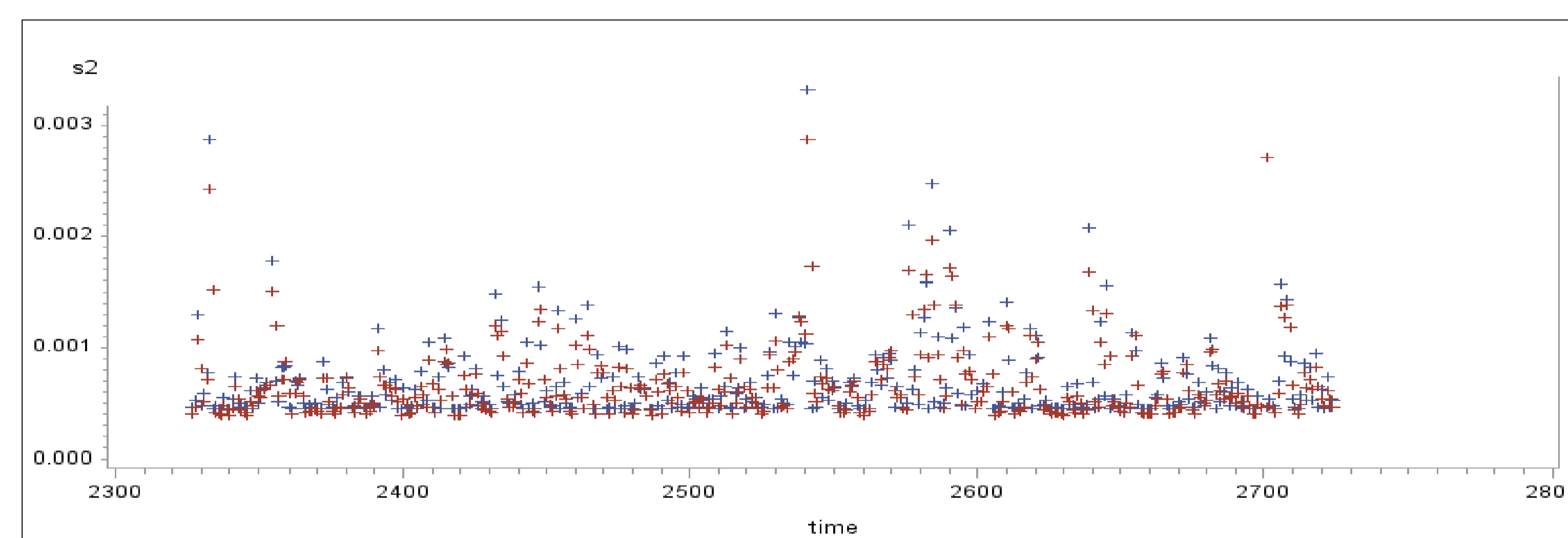


Figura 1 – Previsão um passo à frente das variâncias dos retornos da Sabesp.

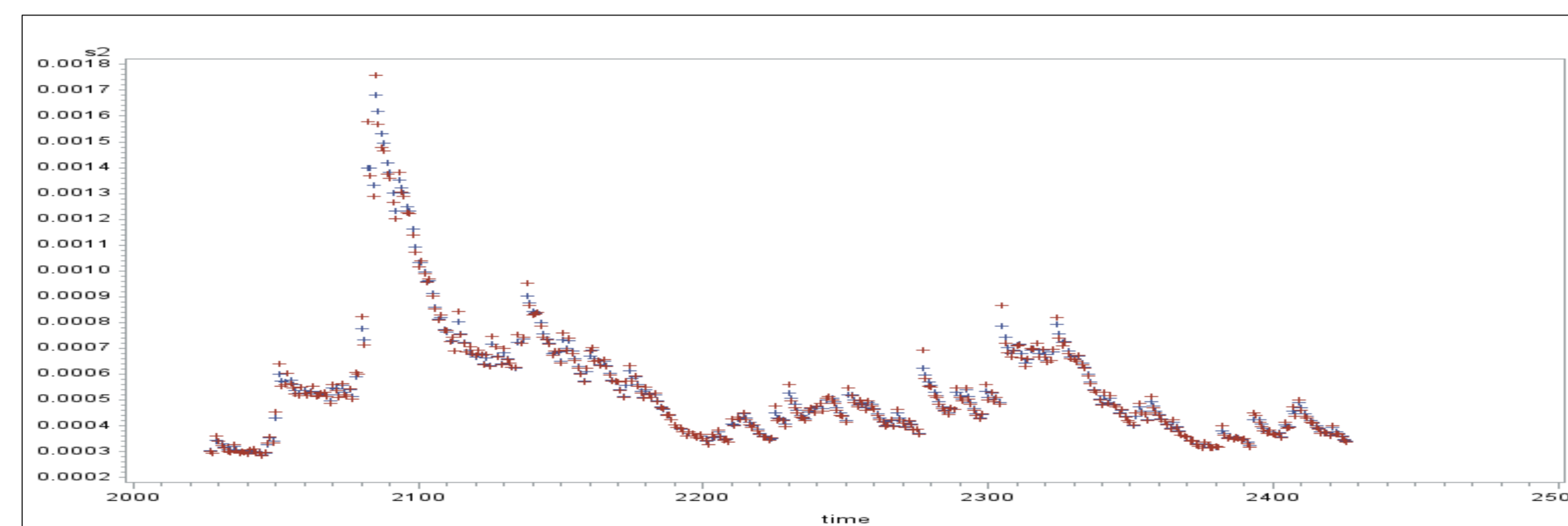


Figura 2 – Previsão um passo à frente das variâncias dos retornos da Gerdau.

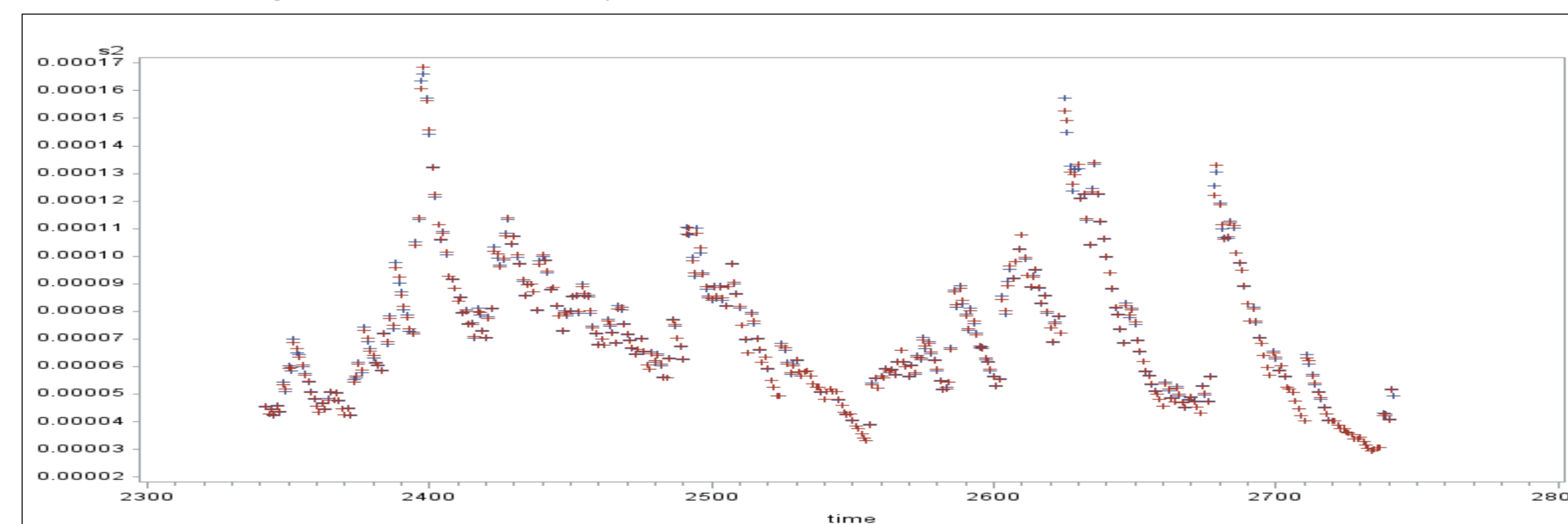


Figura 3 – Previsão um passo à frente das variâncias do Índice de Soja.

Conclusão

Concluiu-se que: o melhor modelo para a série de retornos da Sabesp (a menos volátil) foi o ARCH (1), para o retorno da Gerdau o melhor modelo dentro da amostra foi também o ARCH (1) enquanto que fora da amostra foi o GARCH (1, 1), e para a série de retornos da soja o modelo com menores erros foi sempre o GARCH (1, 1). De modo geral o GARCH (1, 1) obteve as menores perdas, especialmente nos modelos fora da amostra, portanto podemos concluir que este é o melhor modelo de previsão das séries estudadas. Abaixo apresentam-se os gráficos de volatilidade estimados segundo o modelo de maior eficiência para cada série.